L' ARITMETICA

DI

GIUSEPPE ROSATI

DOTTOR DI FILOSOFIA, E DI MEDICINA

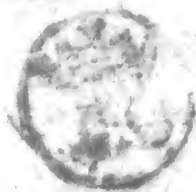
PRIMA EDIZIONE NAPOLETANA CORRETTA
ED ACCRESCIUTA

NAPOLI

1823

DALLA TIPOGRAFIA DI NUNZIO PASCA.

Col dovuto permesso

Si trova vendibile presso Michele Marotta strada Trinità Maggiore sotto il Monistero di S. Francesco delle Moniche E Nunzio Pasca Largo Corpo di Napoli N.° 3.

L' EDITORE A CHI LEGGE.

Amico lettore, questa utilissima operetta non ha bisogno di elogj: La precisione, e la chiarezza dello stile, di cui fa uso l' Autore, formano i caratteri distintivi del pregio di essa. Un mezzano ingegno, fornito di questo libro, non è obbligato di ricorrere al maestro, per l' Aritmetica: pochi giorni, che s' impiegheranno in questa scienza, sono bastevoli ad istruire lo studio. La sperienza ha giustificata la mia proposizione.

Comparisce al Pubblico in questa edizione. Le frequenti ricerche, ed il gradimento con cui sono state accolte l' edizioni precedenti, m' hanno determinato all' intrapresa; e per viepppiù corrispondere alla vantaggiosa prevenzione degli studiosi, si è adoperata ogni diligenza, per rendere la presente più esatta, migliorata, ed accresciuta dell' Autore. Quindi io credo di avermi meritata l' ap-

provazione degli amatori di questa scienza. Ma se cotali mire non sono ben dirette al comune giovamento, la moderazione che avrà il Pubblico nel giudicarmi, sarà la giusta ricompensa del mio impegno. Gradisci intanto, o lettore, la mia attenzione per la pubblica utilità, e vivi felice.

L'ARITMETICA

CAPO I.

DEGL' INTERI.

§. I.

INTRODUZIONI.

Quello, che costituisce l' oggetto dell' Aritmetica, è la quantità di qualsivoglia cosa espressa in numeri. Questa Scienza viene formata da quattro regole, che sono la Somma, la Sottrazione, la Moltipica, e la Divisione, mediante le quali si pone al calcolo ogni quantità, che noi vogliamo. Quindi la *Somma* è la prima operazione, colla quale sapremo unire in un tutto le parti divise. La *Sottrazione* è la seconda operazione, colla quale da una quantità maggiore sapremo togliere una minore dello stesso genere, ed averne il residuo. La *Moltiplica* è la terza operazione, colla quale sapremo il risultato di una quantità ripetuta un dato numero di volte. La *divisione* finalmente è la quarta operazione, colla quale sapremo distribuire una quantità in quante porzioni uguali a noi piaccia.

Affinchè poi si possono con ispeditezza applicare al calcolo pratico di qualsisia quantità le quattro fondamentali operazioni dianzi definita, noi stimiamo necessario, che le medesime si ponessero in opera nel calcolo di que' numeri, i quali non rappresentano determinata specie di cose, per cui chiameremo questa prima parte *Calcolo degl' Interi.* Eseguita questa prima indispensabile parte, noi ripeteremo le medesime quattro operazioni, applicandole a que' numeri, che rappresentano le specie di quantità calcolabili, che sono Monete, Tempo, Peso, e Misura, e che perciò questa seconda parte sarà chiamata *Calcolo de' Denominati.* Di più siccome possiamo concepire un tutto, diviso nelle parti, le quali dinotano le frazioni del medesimo tutto, ed essendo queste frequentissime ad accadere, così sarà necessario, che le quattro operazioni nominate si sappiano adattare il calcolo di queste frazioni, per cui diremo questa terza parte *Calcolo de' Rotti*, ed avremo così eseguita tutta l' Aritmetica relativamente alle sue quattro fondamentali operazioni sopra ogni specie di quantità.

Oltre di queste cose, contiene l' Aritmetica altre operazioni, che si eseguiscono colle regole enunciate, formando la regola del Tre, dalla quale dipendono tutte le altre regole, che sono in uso presso i Computisti, e questa parte, che n' espone la pratica, la diremo *Calcolo delle Regole.* Finalmente siccome ogni numero se si moltiplichi

per se stesso, il prodolto sarà il suo quadrato, e se questo si torni a moltiplicare per lo primo numero, il prodotto il sarà il suo cubo; così le operazioni; che praticheremo per questo maneggio, saranno detto *Calcolo delle Potenze*, e chiuderemo così la quinta, ed ultima parte del presente trattato.

L'Aritmetica si serve di alcune cifre, o sieno figure per esprimere la quantità. I nostri Antichi per rappresentare i numeri usavano le lettere dell' Alfabeto, e Plinio ci racconta, che la di loro numerazione non oltrepassava il centomila. Queste lettere alfabetiche erano disadatte a questo uso, per cui giudichiamo, che gli Antichi non potettero fare de' progressi in questa Scienza. Wallis riferisce, che gli Arabi verso il nono, e decimo secolo, invadendo la nostra Europa, introdussero le cifre, che noi oggi usiamo, e che per opera Gabesto, che fu poi Papa Silvestro II. verso l' anno 1000. furono diffuse per l' Europa. Ora le figure aritmetiche, e 'l di loro valore è il seguente, 1. *uno* 2. *due* 3. *tre* 4. *quattro* 5. *cinque* 6. *sei* 7. *sette* 8. *otto* 9. *nove* 0. *zero*.

Queste figure prese separatamente, rappresentano tante unità semplici per quanto esse esprimono, ed il zero non rappresenta cosa alcuna, ma solamente fa crescere il valore delle altre figure, quando alle medesime si unisce. Queste figure se si uniscono a due a due, la prima a destra rappresenta le semplici unità, e l' altra a

sinistra le decine. Se si uniscono a tre a tre, la prima a destra dinota l' unità, la seconda le decine, e la terza a sinistra le centinaja. Se a quattro a quattro, l' ultima a sinistra dinota le migliaja; la quinta le decine del migliajo; la sesta le centinaja di migliajo; la settima il milione; l' ottavo le decine di milioni; indi vengono le centinaja del milione, e poi le migliaja, e così all' infinito.

Da questo esposto principio ne siegue, che per leggere qualsivoglia numero, fa uopo considerarlo da destra a sinistra, ed in questo modo il primo numero rappresenta l' unità, il secondo le decine, il terzo le eentinaja il quarto le migliaja, il quinto le decine di migliaja il sesto le di loro centinaja, il settimo le unità di milione, poi le decine, le di loro centinaja, le migliaja, e così di seguito, finchè si arriva al bilione, trilione, quatrilione, quintilione, e sino all' infinito. Quindi incominciando da destra si divida tutto il numero dato colle virgole per ogni tre figure, e dove cade il milione, o sia ad ogni settima figura si segni sopra 1, dove il bilione si segni 2, dove il trilione si segni 3. Cosi il numero, che siegue 2[1], 516, 379 si leggerà: *Due milioni cinque cento e sedici mila, trecento settantanove*. Similmente quest' altro numero: 8[2], 104, 897, 259, 004, si leggerà così *Otto bilioni, e quattro mila, ottocento novanta sette milioni: duecento cinquanta nove mila, e quattro*. In que-

sto secondo esempio si scorge, che il zero non esprime cosa alcuna da se, ma accresce il valore di quelle figure, che gli sono a sinistra. Intanto ben intesa la maniera di saper leggere qualsivoglia numero, veniamo alla esposizione delle regole fondamentali.

§. II.

La Somma

La somma è l' aggregato di più numeri, e si eseguisce nel modo seguente. Si scrivono i numeri da sommarsi con ordine tale, che le unità, corrispondano alle unità, le decine alle decine, le centinaja alle centinaja, e così di seguito. Indi sotto all' ultima fila si tiri una linea, e di poi incominciando dalla colonna a destra, si uniscono insieme tutti i numeri, che sono in ciascheduna colonna con legge tale, che se l' unione di una colonna oltrepassi il nove, in modo che con-tenga una o più decine; si scriva il numero che avanza nelle decine, e queste poi si aggiungono come unità alla colonna seguente: se poi l' aggregato di una colonna non oltrepassi il nove in questo caso si scriva il numero come risulta. Intanto nella somma possono darsi quattro casi generali.

1. *Quando la somma di una colonna non oltrepassa il nove.* In questo primo caso, la som-

ma di una colonna non oltrepassando il nove, si scriva sotto alla linea, corrispondente alla sua colonna, il numero risultato. Coll' esempio si farà più chiaro, come noi faremo in tutte le regole seguenti.

$$\begin{array}{r} 322 \\ 13 \\ 431 \\ \hline 766 \end{array}$$

Così in questo primo esempio, incominciando dalla colonna delle unità, che si trova a destra, diremo 2, e 3 fanno 5, e poi 1 fanno 6, e perchè 6 non oltrepassa il nove, si scriva 6 sotto la linea, e che corrisponda alla sua colonna delle unità. Inoltre per la colonna delle decine, diremo: 2, e 1 fanno 3, e poi 3 fanno 6, e perchè 6 non oltrepassa il nove, scrivemo 6 corrispondente alla colonna delle decine. Finalmente per la colonna delle centinaja, diremo: 3, e 4 fanno 7, e lo scriveremo al luogo delle centinaja, ed avremo 766 per la somma intera, che si è eseguita.

Quando la somma di una colonna oltrepassa il nove. In questo secondo caso quando la somma di una colonna oltrepassi il nove, si scriva sotto la linea quel numero, che oltrepassa le decine, e queste decine si riportano, come tante unità alla colonna seguente.

```
  1656
  2327
  8785
 ------
 12768
```

Incominciando dalla colonna destra; diremo: 6, e 7 fanno 13, e poi 5 fanno 18, e perchè 18 contiene una decina, ed 8 unità, così scriveremo 8 sotto la linea, e riporteremo 1 alla colonna seguente. Quindi diremo: che si porta, e 5 fanno 6, e poi 2 fanno 8, e poi 8 fanno 16; e perchè 16 decine sono un centinajo, e 6 decine, così scriveremo 6 decine sotto la linea, e riporteremo 1 alla colonna delle centinaja, dicendo; 1 che si porta, e 6 fanno 7, e poi 3 fanno 10, e poi 7 fanno 17, e perchè 17 centinaja fanno un migliajo, e 7 centinaja, così scriveremo 7 centinaja, e riporteremo 1 alla colonna delle migliaja, dicendo: 1 che si porta, ed 1 fanno 2 e poi 2 fanno 4, e poi 8 fanno 12, e perchè non vi son altre colonne da sommarsi, così scriveremo 12 sotto la linea, ed avremo 12768 per la somma intera.

3. *Quando in una colonna vi siano i zeri*; In questo terzo caso, essendovi de' zeri in una colonna, poi questi non rappresentano cosa alcuna, così non crescono figure nel calcolo.

```
  310
  400
  580
 -----
 1290
```

Incominciando da destra, diremo: Perchè sono tutti zeri la prima colonna, così scriveremo sotto la linea un zero, e non si riporta cosa alcuna. Di poi per l'altra colonna, diremo; 1, e non facendo conto del zero, viene 8, che fanno 9, e perchè non oltrepassa il nove, scriveremo 9 senza riportare cosa alcuna. Finalmente per l'altra colonna, diremo: 3, e 4 fanno 7, e poi 5 fanno 12, e perchè non vi sono altre colonne, da sommarsi scriveremo 12 sotto la linea, ed avremo 1290 per la somma intera.

4. *Quando la somma di una colonna abbia il zero.* In questo quarto caso, ritrovandosi il zero nell'unione di una colonna, si scriva il zero sotto la linea, e si riporta il di più all'altra colonna.

```
 354
 682
 364
----
1400
```

Incominciando da destra, diremo: 4, e 2 fanno 6, e poi 4 fanno 10, e perchè 10 contiene una sola decina, così scriveremo il zero sotto la linea, e riporteremo 1; dicendo: 1 che si porta, e 5 fanno 6, ed 8 fanno 14, e poi 6 fanno 20, e perchè 20 contiene 2 decine, perciò scriveremo l'altro zero, e riporteremo 2, dicendo: 2, che si portano, e 3 fanno 5, e poi 6 fanno 11, e poi 3 fanno 14, e perchè non è altra colonna da sommarsi, scriveremo il 14, ed avremo 1400 per la somma intera.

Egli è mestieri di quì avvertire, che accadendo lunghissime colonne da sommarsi, i Prattici per ajuto della memoria sogliono distribuirle in più parti, e sommarle separatamente, ed uniscono poi in tutto le somme particolari.

§. III.

La Sottrazione.

La Sottrazione è il trovare la differenza tra due numeri dati, quale differenza si dice *Residuo*, e si eseguisce così. Si ponga il numero sempre sotto del maggiore, e si disponga in modo, che l' unità, le decine, le centinaja si corrispondono; ed avendo tirata una linea sotto di queste due file, si viene alla operazione, incominciando da destra, facendo così. Si tolgono le unità del numero di sotto da quelle del numero di sopra, ed il residuo, o sia differenza si scriva sotto la linea; facendo lo stesso per decine, per le centinaja, e migliaja. Inoltre se qualche numero di sotto non si possa sottrarre dal suo corrispondente di sopra, perchè gli fosse maggiore, in questo caso si concepisca aggiunto al numero di sopra una decina, e si faccia indi la sottrazione; restando inteso, che il numero di sopra della fila seguente devesi diminuire di una unità: Finalmente se il numero di sotto si uguaglia a quello di sopra, in questo caso non essendovi differenza, si scriva

sotto un zero. Intanto nella sottrazione possono darsi sei casi generali.

1. *Quando ciascheduna figura nel numero di sopra sia maggiore di ciascheduna figura del numero di sotto*. In questo primo caso basterà solo di scrivere sotto la linea le differenze tra là fila di sopra, e quella di sotto.

8 7 5
6 4 3
———
2 3 2

Incominciando da destra, diremo: da 5 tolto 3 resta 2, e lo scriveremo. Di poi da 7 tolto 4, scriveremo il residuo 3. Finalmente da 8 tolto 6, resta 2, avendolo scritto, il numero 232 sarà la differenza, o sia il residuo richiesto tra i numeri dati.

2. *Quando più figure del numero di sopra sieno minori di più figure del numero di sotto*. In questo secondo caso, sebbene più figure della fila di sopra sieno minori di più figure corrispondenti della fila di sotto, pure la prima figura a sinistra della fila di sopra dee essere sempre maggiore di quella di sotto; altrimenti la sottrazione non può eseguirsi. Quindi accadendo questo caso, si concepirà aggiunto al numero di sopra una decina, e poi si operi; ma poi si diminuirà di una unità l'altro numero di sopra seguente.

9 3 2
7 6 5
———
1 6 7

Incominciando da destra, si dica; Perchè da 2 non può togliersi 5, così aggiungendo al 2 una decina, che s' immagina presa dal seguente 3, avremo 12, e diremo da 12 tolto 5, resta 7, che si scriva sotto. Inoltre perchè da 3 si è tolta una unità in favore di 2, così il 3 è rimasto anche 2, e poi si dica: Perchè da 2 non può togliersi il 6, così dal 9 seguente s' immagini data al 2 una decina, ed avremo 12, e poi si dica: da 12 tolto 6, resta 6, e che si scriva. Finalmente il 9 è rimasto 8 per l' unità prestata al 3, ed essendo così, diremo: da 8 tolto via 7 resta 1 per residuo; ed avremo 167 per totale differenza, o sia per residuo.

3. *Quando il numero di sopra abbia i zeri corrispondenti ad altri zeri del numero di sotto.* In questo terzo caso, perchè i zeri non rappresentano cosa alcuna, perciò si scriverà nel residuo anche il zero.

$$\begin{array}{r} 400 \\ 300 \\ \hline 100 \end{array}$$

Incominciando da destra, si dirà così: da zero tolto il zero, resta il zero, e si scriva. Di poi all' altra colonna, da zero tolto il zero, resta il zero. Finalmente da 4 tolto 3, resta 1, ed avremo 100 per residuo.

4. *Quando nel numero di sopra vi sieno i zeri; ed in quello di sotto non vi sieno*: In que-

sto quarto caso, il primo zero a destra si cresca di una decina, la quale si dee prendere dal zero a fianco, e perchè questo non vale cosa alcuna, così questo secondo zero prenderà la decina dall' altra figura a sinistra, la quale resterà diminuita di una unità; e perchè il secondo zero dee dare la decina all' altro zero a destra, perciò il secondo resterà nove, ed il primo a destra sarà dieci. Questo istesso devesi intendere per quanti zeri in fila vi sieno nel numero di sopra, rimanendo tutte nove, e l' ultimo dieci.

$$\begin{array}{r} 6\,0\,0 \\ 4\,8\,3 \\ \hline 1\,1\,7 \end{array}$$

Incominciado da destra, diremo da zero tolto 3 non si può. Quindi questo zero si cresca di una decina, ed avremo 10; e perchè questa decina deve prenderla dall' altro zero seguente, il quale non ha cosa alcuna, così questo secondo zero prenderà la decina dal 6, il quale resta 5, il secondo zero sarebbe 10, ma perchè ne da 1 all' ultimo zero, o, così egli resta 9, e l' ultimo resta 10: quindi diremo; da 10 tolto 3, resta 7, e si scriva. Di poi da 9 tolto 8; resta 1. Finalmente da 5 tolto 4, resta 1, ed il numero 113 sarà il residuo.

5. *Quando nel numero di sotto vi sieno i zeri, ed in quello di sopra non vi sieno.* In questo quinto caso, essendo i zeri figure di nessun valo-

re, perciò niente toglieranno dal numero di sopra.

4 6 5
3 0 0
1 6 5

Incominciando da destra, si dica: da 5 tolto il zero, resta 5; indi da 6 tolto il zero, resta 6: finalmente da 4 tolto 3, resta 1, e 'l numero 165 sarà il residuo.

6. *Quando vi sieno i zeri nel numero di sopra, ed in quello di sotto.* In questo ultimo caso; vale la regola de' due casi antecedenti.

8 0 0
3 0 4
4 9 6

Incominciando da destra, diremo: da zero tolto 4, oon si può. Quindi da 10 tolto 4, resta 6; poi da 9 tolto il zero, che non vale cosa alcuna, resta 9; e finalmente da 7 tolto 3, resta 4, ed il numero 496 sarà il residuo.

§. IV.

La Moltiplica.

La Tavola della Moltiplica, o sia Tavola Pitagora, detta così perchè inventata da Pitagora Filosofo Greco, serve a moltiplicare i numeri semplici, per cui si costruisce con 81 quadretti, de' quali una metà è piena, e l' altra vuota, come apparisce dalla sottoposta figura. Nella prima riga orizzontale di sopra vi sono i numeri semplici da 1 sino a 9, e nella prima vrticale a sinistra vi è lo stesso. Quando accade di dover moltiplicare un numero per un altro, e vederne il risultato, il numero minore si prenda nella collonna verticale, ed il maggiore nella orinzontale; e dove i di loro quadretti s' incontrano, ivi è il numero prodotto. Finalmente quando i due numeri, che si moltiplicano sieno uguali, allora il di loro prodotto si trova nella fila trasversale, che scorre nel mezzo dalla punta sinistra di sopra sino alla punta destra, che sta al basso.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3		9	12	15	18	21	24	27
4			16	20	24	28	32	36
5				25	30	35	40	45
6					36	42	48	54
7						49	56	63
8							64	72
9								81

La moltiplica di un numero per un altro è di ritrovare un numero terzo, che contenga tante volte uno di essi, quanto per appunto è il numero delle unità, che l' altro di essi esprime. Di questi due numeri, quello che si moltiplica, si dice *Moltiplicando*, quello per cui si moltiplica, si dice *Moltiplicatore*, ed il numero, che ne nasce, si chiama *Prodotto*. Ora la operazione della moltiplica si eseguisce così. Si scriva il moltiplicatore sotto il moltiplicando, ed indi si tiri una linea. Di poi se il moltiplicatore abbia una sola figura, questa si moltiplichi per ogni figura del moltiplicando, incominciando da destra, e 'l prodotto nato, se è meno di dieci, si scrive; se oltrepassa il nove, allora si scrive il dippiù, e si riporta la decina. Finalmente se il moltiplicatore contenga più figure, allora ognuna di queste separatamente si moltiplichi per tutte le figure del moltiplicando; avvertendo però, che i prodotti si scrivano sotto la linea con legge tale, che il prodotto delle unità sia in prima riga, il prodotto delle decine si scriva incominciando dalle decine, e così di seguito. Sotto questi prodotti si tiri un' altra linea, e si sommino per avere il prodotto intero. Ora nella moltiplica si possono dare cinque casi generali.

1. *Quando il moltiplicatore abbia una sola figura.* In questo primo caso, si moltiplichi la figura del Moltiplicatore per ciascheduna figura

del moltiplicando, e si noti sotto la linea il prodotto, riportando le decine per altra, se mai occorre.

```
 326
   4
----
1304
```

Incominciando da destra, diremo così; 4 via 6 fanno 24, e poichè questo contiene 2 decine, e 4 unità, si scriva sotto la linea il 4, e si riporti il 2, dicendo, 4 via 2 fanno 8, e 2, che si portavano fanno 10, per cui scriveremo zero, e riporteremo 1, dicendo, 4 via 3 fanno 12, ed 1, che si portava, fanno 13, e perchè non vi è altra cosa a moltiplicarsi, perciò scriveremo il 13, ed il numero 1304 sarà il prodotto de' numeri dati.

2. *Quando il moltiplicatore abbia più figure.* In questo secondo caso si moltiplichino le figure del moltiplicando per la prima figura delle unità del moltiplicatore, notandone sotto la linea il prodotto. Indi si moltiplichino le medesime figure del moltiplicando per la seconda figura del moltiplicatore e 'l prodotto si noti sotto al primo prodotto con ordine tale, che la prima figura a destra del secondo prodotto si ponga sotto la seconda figura del primo prodotto, e così di seguito, se ci fosssero più figure del moltiplicatore. Finalmente si tiri una linea, sotto della quale si sommino i prodotti per averne il totale.

```
   356
    35
  ----
  1780
 1068
 -----
 12460
```

Incominciando da destra, diremo: 5 via 6 fanno 30, e notato il zero, si riporta il 3, indi 5 via 5 fanno 25, e 3 che si porta, fanno 28, del quale si scriva 8, e si riporti 2; di più 5 via 3 fanno 15, e 2, che si porta, fanno 17, il quale si scriva. Fatto questo verremo all' altra figura, dicendo così: 3 via 6 fanno 18; ora l' 8 si scriva sotto la seconda figura del primo prodotto in direzione del 3 moltiplicatore, e si riporta 1 dicendo: 3 via 5 fanno 15, ed 1, che si porta; fanno 16, e scrivendo il 6, si riporta 1, indi 3 via 3 fanno 9, ed 1 che si porta, fanno 10, il quale si scriva. Finalmente si tiri una linea, e si sommino i prodotti, ed il numero 12460 sarà l' intero prodotto.

2. *Quando vi sieno i zeri nel solo moltiplicando*. In questo terzo caso, essendo i zeri di nessun valore, la di loro moltiplica sarà anche zero.

```
  300
    4
 ----
 1200
```

Incominciando da destra, diremo: 4 via zero, fa zero, e si scalva il zero; indi 4 via zero, fa lo stesso, e si scriva anche zero; di poi 4 via 3 fa 12, e si scriva, ed avremo 1200 per prodotto.

4. *Quando vi sieno i zeri nel solo moltiplicatore.* In questo quarto caso, poichè i zeri non valgono cosa alcuna, perciò la di loro moltiplica sarà anche zero.

```
    4 2 3
      6 0
   ------
    0 0 0
  2 5 3 8
  -------
  2 5 3 8 0
```

Incominciando da destra, diremo: zero via 3, fa zero; poi zero via 2 fa zero; indi zero via 4 fa zero, ed avremo il primo prodotto tutti zeri. Per l'altra figura del moltiplicatore, diremo: 6 via 3 fanno 18, e perchè 18 contiene una decima, ed 8 unità, perciò scriveremo 8 sotto del secondo zero, e si riporti 1 dicendo: 6 via 2 fanno 12, ed 1, che si porta, fanno 13, e quindi scriveremo 3, e riporteremo 1 dicendo: 6 via 4 fanno 24, ed 1, che si porta, fanno 25, e non essendovi altro da moltiplicare, scriveremo il 25. Fatto questo, i due prodotti si sommino, ed il numero 25380 sarà il totale.

5. *Quando vi sieno i zeri nel moltiplicando, e nel moltiplicatore.* In questo ultimo caso, perchè i zeri non crescono le figure; così l'operazione sarà l'istessa de' due casi antecedenti.

```
    4 0 8
      3 0
    -----
    0 0 0
  1 2 2 4
  -------
  1 2 2 4 0
```

Incominciando da destra, diremo: zero via 8 fa zero, e si scriva; indi zero via zero, fa anche zero; e zero via 4 fa anche zero, ed avremo il primo prodotto tutti zeri. Indi per l'altra figura, diremo: 3 via 8 fanno 24, del quale noteremo il 4 sotto la seconda figura del primo prodotto, e riporteremo il 2 dicendo così: 3 via zero fa zero: ma perchè si porta 2, così scriveremo in vece del zero, questo 2, e non si riporta niente più. Inoltre 3 via 4 fanno 12, e lo scriveremo. Finalmente si sommino i prodotti, e 'l numero 12240 sarà il prodotto totale.

§. V.

LA DIVISIONE.

La Divisione è il ritrovare un numero, il quale esprime quante volte un dato numero si contiene in un altro dato numero. Di questi due, il primo deve essere minore del secondo, sebbene possa accadere il contrario, come appresso esporremo. Il numero, che divide; si dice *divisore*, quello, che vien diviso, si dice *Dividendo*, il terzo numero, che si trova, si dice *Quoziente*, il quale espone quante volte il Divisore si contiene nel Dividendo. Quando dovrà farsi la Divisione, allora il Divisore si scriva a sinistra con una linea al di sotto, e 'l Dividendo a destra. Per operare poi si osservi in quante figure del Dividendo entra il Divisore, e 'l Quoziente si scriva sotto al Divisore. Indi si moltiplichi il Divisore per la figura del Quoziente, e 'l prodotto si sottragga dalla prima parte del Dividendo. Al residuo, se vi è, si uniscano mano mano le altre figure del Dividendo; o ad una ad una, o a due quando accada, e si torni ad operare della stessa maniera; e l' ultimo residuo, se vi sarà, formerà una frazione, della quale il numero di sopra sarà il residuo, e quello di sotto il Divisore. Intanto nella Divisione possono darsi sei casi generali.

1. *Quando il divisore abbia una sola figura.* In questo primo caso supponiamo, che il divisore entri nella prima figura del dividendo. Si tiri una linea sotto il divisore, e poi si trovino le figure del quoziente nel modo, che siegue.

```
        4                    9 7 5 8
-----------------            8
   2 4 3 9 2/4              ---
                             1 7
                             1 6
                            -----
                               1 5
                               1 2
                              -----
                                 3 8
                                 3 6
                                -----
                                   2
```

Incominciando la Divisione, si faccia così. Si ponga il Divisore 4 a sinistra con una linea al di sotto, e 'l dividendo 9758 a destra. Si osservi quante volte il divisore 4 entri nella prima figura 9 del dividendo, e perchè ci entra due volte, si scriva questo 2 sotto al divisore. Si moltiplichi poi il quoziente 2 pel divisore 4, e 'l prodotto 8 si scriva sotto la prima figura 9 del dividendo, dalla quale si sottragga, e ci resterà il residuo 1. A questo residuo si unisca l' altra figura 7 del dividendo, ed avremo 17: quindi si osservi quante volte il divisore 4 entri in 17, e perchè ci entra 4 volte, così scriveremo il 4 nel quoziente, e poi si moltiplichi il solo quoziente 4 pel divisore 4, e 'l prodotto 16 si sottoscrive al 17,

dal quale si sottragga, ed avremo l' altro residuo 1. A questo residuo si unisca l' altra figura 5 del dividendo, ed avremo 15. Si osservi quante volte il divisore 4 entri nel 15, e perchè ci entra tre volte, si scriva questo 3 nel quoziente, e poi si moltiplichi il solo quoziente 3 pel divisore 4, e 'l prodotto 12 si sottoscriva al 15, e poi si sottragga, ed avremo l' altro residuo 3. A questo residuo si unisca l' altra figura 8 del dividendo, ed avremo 38. Si osservi quante volte il divisore 4 entri in 38, e perchè ci entra 9 volte, così si scriva 9 nel quoziente, e poi si moltiplichi il solo quoziente 9 pel divisore 4, e' l prodotto 36 si sottoscriva al 38, del quale si sottragga, e ci resta l' ultimo residuo 2; e perchè non ci sono più figure da dividersi, così si scriva l' ultimo residuo 2 con una linea sotto, alla quale si sottoscriva il divisore 4, e si formerà così una frazione da mettersi sempre a fianco del quoziente, il quale sarà in questo caso 2489; $\frac{2}{4}$ e come appare.

2. *Quando il divisore abbia più figure.* In questo secondo caso supponiamo, che sebbene il divisore sia formato da più figure, pure entra in un ugual numero delle prime figure, del dividendo. Tutto il resto va operato nella maniera seguente.

7389 | 35
70 | $211\frac{4}{33}$

38
35

39
35

4

Incominciando la Divisione si faccia così. Si vegga prima, se tutto il divisore 35 entri in un ugual numero di figure del dividendo, e perchè in questo caso ci entra, dobbiam vedere quante volte. Per vedere quante volte il divisore 35 entri in un ugual numero di figure del dividendo, come quì 73, si osservi questa regola. Si vegga quante volte il primo numero 3 del divisore si contiene in 7 prima figura del dividendo, e perchè si contiene 2 volte, e ci avanza 1, il quale unito all' altra figura 3 del dividendo, fa 13; di poi si osservi, se l' altra figura 5 dei divisori entri in 13 ambe due volte: giacchè non importa se l' ultimo numero del divisore ci possa entrare anche di più nell' ultima figura del primo membro del dividendo accresciuta dal residuo della prima, e perchè ci entra, così scriveremo nel quoziente 2, il qual moltiplicato per l' intero divisore, il prodotto 70 si sottoscriva al primo membro 73 del dividendo, dal quale si sottragga, ed avremo il primo residuo 3. A questo si unisca l' altra figura 8, del

dividendo, ed avremo 38 da dividersi. Si osservi quante volte la prima figura 3 del divisore entri nella prima figura 3 del dividendo, e perchè ci entra una volta, e così succede per l' altra figura 5 del divisore relativamente all' altra figura 3 del dividendo, perciò scriveremo 1 nel quoziente. Si moltiplichi il quoziente 1 pel divisore 35, e 'l prodotto 35 si sottragga da 38, ed avremo l'altro residuo 3, al quale unita l' altra figura 9 ultima del dividendo, avremo 39 da dividersi. Si ripeta l' operazione per questo 39, e perchè il divisore 35 ci entra una volta, così si scriva questo 1 nel quoziente, e moltiplicato pel divisore; il prodotto 35 si sottragga da 39, e ci rimane l' ultimo residuo 4, il quale si scriva a fianco del quoziente, e si sottoscriva al medesimo residuo tutto il divisore, ed avremo in questo caso $211 \frac{4}{35}$ pel quoziente.

3. *Quando il divisore non entra in un uguale numero di figure del dividendo*: In questo terzo caso, si prenderanno tante figure nel dividendo; quante sieno capaci unite insieme di contenere tutto il divisore, e poi si venga all' operazione.

5 6	2 3 8 4
4 $2\frac{32}{56}$	2 2 4
	1 4 4
	1 1 2
	3 2

Incominciando la divisione, si osservi, che il divisore 56, essendo formato di due figure, il medesimo non può entrare in un ugual numero di figure, che sono nel principio del dividendo, come 23, ed in questo caso, si prendono tre figure, come 238. Quindi la prima figura 5 del divisore entra nelle prime due 233 del dividendo per 4 volte e restandoci l' avanzo 3, il medesimo fa 38 colla seguente figura, ed in questo 38 la seconda figura 6 del divisore anche entra 4 volte; per cui scriveremo 4 nel quoziente, il quale si moltiplichi per l' intero divisore, e 'l prodotto 224 si sottragga dal primo membro 238 del dividendo, rimanendoci il primo residuo 14. A questo si unisca l' ultima figura 4 del dividendo, ed avremo 144 da dividersi. Poichè il 5 divisore entra in 14 due volte, e restandoci l' avanzo 4, il quale unito alla figura seguente fa 44, nel quale la seconda figura 6 del divisore anche ci entra due volte, perciò scriveremo al quoziente il 2, il quale si moltiplichi per l' intero divisore, e 'l prodotto 112 si sottragga dall' ultimo dividendo, e ci rimane l' ultimo residuo 32, del quale si compone la solita frazione, ed avremo $42\frac{32}{56}$ per l' intero quoziente.

4. *Quando nel progresso dell' operazione, il divisore non entra nel dividendo.* In questo quarto caso si suppone, che dopo una operazio-

ne, essendoci, o no, avanzato residuo, e calata una figura dal dividendo, il divisore intanto non entra neppure una volta nel medesimo. Accadendo dunque tutto questo, noi scriveremo il zero nel quoziente, e caleremo l' altra figura dal dividendo, e poi si operi;

17	1861
$109\frac{8}{12}$	17
	161
	153
	8

Incominciando la divisione, diremo così. Poichè il divisore 17 entra una volta in un ugual numero di figure 18 del dividendo; perciò scriveremo nel quoziente 1, il quale moltiplicato pel divisore, il prodotto 17 si sottragga da 18, ed avremo 1 per primo residuo. Si unisca a questo 1 l' altra figura 6 del dividendo, ed avremo 16 e perchè il divisore 17 non entra neppure una volta nel dividendo 16, perciò scriveremo zero nel quoziente, e resterà il 16 come residuo. Si unisca a questo residuo l' ultima figura 1 del dividendo, ed avremo 161 da dividersi. Poichè la prima figura 1 del divisore entrando nove volte nelle prime due figure 16 del dividendo, ne restano 7 per avanzo, il quale unito alla terza fi-

gura 1 : fanno 71 , e nel quale la seconda figura 7 del divisore entra benanche nove volte, perciò scriveremo nel quoziente il 9 , il quale moltiplicato pel divisore ; il prodotto 153 si sottragga dall' ultimo dividendo , e ci resta 8 per ultimo residuo ; del quale se ne compone la sola frazione , ed avremo $109 \frac{8}{17}$ per l' intero quoziente.

5. *Quando ne' termini della divisione vi sieno de' zeri.* In questo caso , i zeri non valutandosi per cosa veruna , ma solo come un accrescimento delle figure , perciò l' operazione sarà la medesima de' casi esposti.

$$\frac{20}{150\frac{10}{20}} \qquad \begin{array}{r} 3010 \\ 20 \\ \hline 101 \\ 100 \\ \hline 12 \end{array}$$

Incominciando la divisione ; si faccia così. Il divisore 20 perchè entra in 30 del dividendo per una volta , si scriva 1 nel quoziente , il quale moltiplicato pel divisore , il prodotto si sottragga da 30 del dividendo , e si avrà 10 per primo residuo. Si unisca a questo l' altra figura 1 del dividendo , ed avremo 101 da dividersi. Poichè il divisore 20 entra cinque volte nel dividendo 101, perciò scriveremo il 5 nel quoziente , il quale

moltiplicato pel divisore, il prodotto 100 si sottragga da questo secondo dividendo, ed avremo l'altro residuo 1. A questo si unisca l' ultima figura zero del dividendo, ed avremo 10 da dividersi; e perchè il divisore 20 non entra in 10, perciò, scriveremo zero nel quoziente: e 'l 10 sarà l' ultimo residuo, di cui si compone la solita frazione, ed avremo così 150 $\frac{10}{20}$ per totale quoziente.

6. *Quando il divisore sia maggiore del dividendo.* In questo sesto ed ultimo caso, poichè il divisore, non entra nel dividendo perciò nel quoziente si scrive il zero; e 'l dividendo sarà un residuo, di cui si compone la frazione.

8	5
$0\frac{5}{8}$	

Incominciando la divisione si dica. Poichè il divisore 8 non entra nel dividendo, resterà come residuo, di cui si compone la solita frazione, ed avremo $0\frac{5}{8}$ per totale quoziente. Si avverta intanto; che accadendo un caso simile; si vedrà poi nel maneggio de' rotti la sua speciale operazione.

§. VI.

La Prova

Intendiamo per prova l' esame; che noi facciamo nelle quattro operazioni esposte della somma, della sottrazione, della moltiplica, e della divisione, per vedere se le medesime sieno state bene eseguite. Intanto egli è da sapersi, che la prova della somma si fa colla sottrazione, e la prova della sottrazione si fa colla somma: la prova della moltiplica si fa colla divisione, e la prova della divisione si colla moltiplica.

1. La prova della somma è la sottrazione. Imperciocchè dopo fatta una somma, se ne tolga la prima riga di sopra; ed il di più si torni a sommare, scrivendo il secondo prodotto sotto del primo; di poi questi due prodotti si sottraggano tra di loro, e 'l residuo sarà uguale al numero della prima riga, che si è tolta.

```
   3 3
  .....
   5 4
   7 2
 -------
 1 5 9  primo prodotto
 1 2 6  secondo prodotto
 -------
   3 3
```

Per vedere se il primo prodotto 159 sia la ve-

ra somma delle tre file de' dati numeri, si tolga la prima fila di sopra 33, e si tornino a sommare le due file rimaste, ed avremo 126 per secondo prodotto. Ora sottraendo questo secondo dal primo prodotto, il residuo 33 sarà uguale alla riga tolta di sopra.

1. La prova della sottrazione è la somma. Imperciocchè dopo fatta una sottrazione; si sommi il residuo col numero minore; e 'l prodotto deve essere uguale al numero maggiore.

```
  8 5 7
  7 0 9
 ------
  1 4 8  residuo
 ------
  8 5 7
```

Per vedere se il residuo 148 sia il vero per la sottrazione de' numeri dati, si sommino insieme il numero minore 709 col residuo 148; e la somma 857 sarà uguale al numero maggiore.

3. La prova della moltiplica è la divisione. Imperciocchè dividendo il prodotto della moltiplica, pel moltiplicatore il quoziente sarà uguale al moltiplicando.

```
 5                 2 4
24                   5
                 -----
                 1 2 0
                 1 0
                 ---
                   2 0
                   2 0
                   0 0
```

Per vedere se il prodotto 120 sia il vero per la moltiplica de' numeri dati, il medesimo si divida pel numero 5 moltiplicatore e 'l quoziente 24 sarà uguale al numero moltiplicando.

4. La prova della divisione è la moltiplica. Imperciocchè moltiplicando il quoziente pel divisore, ed unendovi il residuo, se vi sia, il risultato deve essere uguale al dividendo.

5	864
172 $\frac{4}{5}$	5
———	———
5	36
———	35
860	———
4	14
———	10
864	———
	4

Per vedere se il quoziente ritrovato 172 $\frac{4}{5}$ sia il vero, che nasca dal dividendo 864 pel divisore 5, si moltiplichi questo quoziente 172 pel medesimo divisore 5, ed al prodotto 860 si unisca l'ultimo residuo 4, ed il risultato 864 sarà uguale al dato dividendo.

CAPO II.

I DENOMINATI

§. I.

Le quantita'

Si dicono denominati que' numeri, che rappresentano le quantità calcolabili le quali si riducono alle seguenti quattro; *Moneta*, *Tempo*, *Peso*, *Misura*. Quindi egli è indispensabile di sapere quali sieno le specie prossimamente minori, nelle quali ognuna viene divisa, altrimenti non si può ben calcolare. Così la massima specie delle monete è il *ducato*, il quale si divide in 5 parti dette *tarì*, o in 10 *carlini*, che è la sua specie prossimamente minore: il carlino si divide in 10 *grana*: ed il grano in 10 *cavalli*; i quali poi sono indivisibili, costituendo i medesimi la specie minima. Avvertiamo intanto, che nel calcolo delle monete, noi divideremo il ducato in 100 grana per non brigarci de' carlini.

Il tempo massimo è il *S*la*coleo*; sua specie prossimamente minore sono 100 *anni*; l' anno si divide in 12 *mesi*; il mese in 30 *giorni*; il giorno in 24 *ore*; l' ora in 60 *minuti primi*: ed ogni minuto primo in 60 *secondi*, e così di seguito.

Il peso massimo è il *cantaro*; la sua specie prossimamente minore sono 100 *rotoli*; il rotolo vien diviso in 3 *libbre*; la libbra in 12 *once*; l' oncia in 10 *dramme*; la dramma in 3 *scrupoli*; lo scrupolo in 20 *acini*, i quali poi sono più divisibili.

La misura è di tre specie: *lineare*, *superficiale*, *e solida*, e con altro nome si dicono: *misura lunga*, *quadrata*, *e cubica*. Quindi la misura lunga, ovvero lineare massima è il *miglio*, che si divide in 1000 *passi*, ovvero in 875 *canne*, ovvero in 120 *catene*. La catena si divide in 10 passi, il passo in 7 *palmi*, e la canna in 8. Il palmo in 12 *pollici*, ovvero *once*, e queste si dividono in 12 *linee*; ed alle volte in 5 *minuti*, i quali poi sono indivisibili.

La misura quadrata, ovvero superficiale intesa generalmente è la misura di tutte le lunghezze ridotte in quadratura. Così il *miglio quadrato* è una superficie quadratura che ha un miglio per ogni lato, che si divide in 1000000 di passi quadrati o in 775625 canne quadrate, ovvero 10000 catene quadrate. La *catena quadrata* si divide in 100 passi quadrati. Il *passo quadrato* in 49 palmi quadrati, e la *canna quadrata* in 64 palmi quadrati. Il *palmo quadrato* si divide in 144 pollici, o sieno once quadrate. E finalmente il *pollice*, o sia *oncia quadrata* in 145 linee, ovvero 23 minuti quadrati.

Ben inteso questo principio, egli è facilissimo di fare l' applicazione alle particolari misure quadrate di qualsivoglia specie. Così nella Puglia i territorj si misurano a *carri*, ciascheduno de'quali è una superficie quadrata, che contiene 20 versure quadrate, ovvero 720 catene quadrate. La *versura* poi contiene 30 catene quadrate, ovvero 3600 passi quadrati.

La misura cubica, ovvero solida in generale, è la misura lunga, e quadrata ridotti in cubo, o sia solido. Così il *miglio cubico* è un corpo formato da sei facce quadrate di un miglio l'una, il quale contiene 1000000000 di passi cubici, ovvero 669921875 di canne cubiche. Ogni *passo cubico* contiene 343 palmi cubici, ed ogni *canna cubica* ne contiene 512. Il *palmo cubico* contiene 1728 *pollici*, ovvero *once cubiche*, ciascheduna delle quali contiene lo stesso numero di *linee cubiche*, ovvero 125 *minuti cubici?*

Da questa generale misura cubica facilmente si possono capire le specie delle misure cubiche usate in diversi luoghi, le quali si riducono o a misura de' *liquidi*, come, botti, barili, e caraffe, o a misura de' *frumenti*, come si usa nella Puglia in carro, tomola, mezzetto, quarto, e misura: o finalmente a misura de' *solidi*, valutata a canne, ed a palmi cubici, come le pietre, le fabbriche, i fossi, i pozzi, le cisterne, ed altro

simile. Intanto egli è d' avvertirsi, che un palmo cubico nella Puglia contiene 27 caraffe di liquido ovvero 8 misure di frumento. Quindi è, che con questa notizia riesce facile saper valutare in palmi cubici, o canne cubiche qualsisia quantità di liquido, o di frumento.

§. II.

La Somma

Per sommare i denominati di qualsivoglia specie, egli fa uopo di avere l' avvertenza di situare le righe in modo: che tanto le specie massime, quanto le minori, e le minime si corrispondono: e di poi incominciando dalla destra, o sia dalla specie minima, si faccia la somma delle quantità di ciascheduna colonna, notando il residuo sotto alla linea corrispondente alla sua colonna, e riportando le unità alla specie prossimamente maggiore.

ducati	grana	cavalli
27	42	10
34	96	8
13	71	9
76	11	3

In questo esempio di monete, incominciando dalla specie minima, si dica così: 10 ed 8, e poi 9 fanno 27 cavalli, i quali compongono 2 grana, e 3 cavalli per cui noteremo 3 cavalli di avanzo, e riporteremo le 2 grana alla specie prossima, dicendo: 2 grana, che si portano, e 2 fanno 4, e poi 6, e poi 1 fanno 11, per cui scriveremo 1, e si riporta 1, dicendo: 1 che si porta, e 4 fanno 5, e poi 9 fanno 14, e poi 7 fanno 21 quindi scriveremo 1, e riporteremo 2 ducati alla sua colonna, e diremo: 2, che si portano, e 7 fanno 9, poi 4 sono 13, e poi 3 fanno 16: noteremo 6, e riporteremo 1, dicendo: 1, che si porta, e 2 sono 3, e poi 3 sono 6, e poi 1 fanno 7, e lo scriveremo, e tutto il numero scritto sotto la linea sarà la somma de' numeri dati.

Secoli	Anni	Mesi	Giorni	Ore	Minuti
10	83	8	13	18	50
24	35	6	25	13	30
36	42	5	6	10	48
71	60	8	15	19	8

In questo esempio di tempo, incominciando dalla specie minima, si faccia così. Si sommi prima tutta la colonna de' minuti, e troveremo 128, e perchè questi compongono 2 ore, ed 8 minuti, così noteremo l'8, e riporteremo 2 ore

alla sua colonna. Si sommi la colonna delle ore con aggiungere le 2 di riporto, ed avremo 43 ore, le quali poichè compongono 1 giorno, e 19 ore, così noi scriveremo le 19 ore di avanzo, e riporteremo 1 giorno alla sua colonna. Si sommino tutti i giorni con aggiungere 1 di riporto, ed avremo 45 giorni, i quali poichè fanno 1 mese, e 15 giorni, così scriveremo l' avanzo 15, e riporteremo 1 mese. Si sommino i mesi con aggiungere 1, che si riporta, ed avremo 20 mesi, i quali poichè fanno 1 anno, ed 8 mesi, così scriveremo l' avanzo 8, e riporteremo 1 anno alla sua colonna. Si sommino gli anni coll' 1 di riporto, ed avremo 160 anni, i quali componendo 1 secolo, e 60 anni, così noteremo i 60, e riporteremo 1 secolo alla sua colonna, la quale sommata col riporto di 1, avremo 71 secoli, e quindi tutto il numero notato sotto la linea, sarà la somma de' numeri dati.

Cantara	*Rotoli*	*Libbre*	*Once*
13	64	2	10
26	47	1	8
41	53	2	9
81	66	5	1

In questo esempio di peso, incominciando dalla specie minima, si faccia così. Si sommi prima la colonna delle once, la qual unite insieme

sono 27 once, perchè le medesime fanno 2 libbre, e ci restano 3 once così scriveremo l' avanzo 3, e riporteremo 2 libbre. Si sommino le libbre unite al riporto 2, ed avremo 7 libbre, le quali facendo 2 rotoli, ed 1 libbra, così noteremo l' avanzo 1, e riporteremo le 2 rotola alla sua colonna. Si sommino le rotola col riporto 2 ed avremo 166 rotola, le quali poichè fanno il cantaro, e 66 rotoli, così noteremo l'avanzo 66, e riporteremo 1 alla sua colonna, la quale sommata col riporto di 1, darà 81, e 'l numero scritto sotto la linea sarà la somma de' numeri dati.

Miglia	*Passi*	*Palmi*
28	683	6
63	546	5
12	328	3
104	559	0

In questo esempio di misure lunghe incominciando dalla specie minima, si faccia così. Si sommino i palmi ed avremo 14 palmi, e perchè questi compongono 2 passi senza avanzo, così scriveremo un zero sotto la colonna de' palmi, e riporteremo 2 passi. Si sommino i passi col riporto di 2, ed avremo 1559 passi, e perchè questi compongono 1 miglio, e 559, e riporteremo 1 miglio alla sua colonna, la quale sommata col suo riporto darà la somma di tutto.

§. III.

La Sottrazione

Acciò si possono sottrarre i denominati di qualunque specie sieno egli, è da premettersi, che le specie simili si debbbano corrispondere; e di poi s' incominci la sottrazione dalla specie minima, che è a destra, notando il residuo se occorre.

ducati	grana	cavali
36	43	6
28	59	9
7	83	9

In questo esempio di monete, noi vogliamo dal numero di sopra sottrarre quello di sotto, per vederne il residuo. Si comincia da destra dalla specie minima, dicendo così. Poichè da 6 cavalli non può togliersi 9 cavalli, così noi dalla fila delle grana, ne prenderemo uno, il quale convertito in cavalli fanno 12, ed i quali uniti al 6 fanno 18, e poi diremo: da 18 tolto via il 9, resta 9, e noteremo il residuo 9. Passando alle grana, diremo così. Poichè da 43 grana se n' è tolta 1, così è rimasto 42, e perchè da questo numero non può togliersi 59 così prenderemo un ducato dalla sua fila, il quale mutato in grana

sono 100, e questi uniti a 42 fanno 142 grana. Fatto queste diremo: da 142 grana, toltone 59, ne restano 83, e questo residuo noteremo. Finalmente passando a' ducati, diremo: poichè da 39 ducati ne abbiamo prestato 1 alle 43 grana, così sono rimasti 35; ora da 35 tolto 28, resta 7, e le noteremo; ed avremo così il residuo, o sia la differenza delle specie date.

secoli	*anni*	*mesi*	*giorni*	*ore*	*minuti*
8	8	9	18	12	35
6	10	8	21	10	40
1	98	0	27	1	55

In questo esempio del tempo, incominciando dalla minima specie, diremo: perchè da 35 minuti non può togliersi 40, così dalle ore ne prenderemo una, la quale vale 60 minuti, ed uniti a 35, avremo 95 minuti. Ora da 95 tolti 40, ci restano 55 minuti, e scriveremo questo residuo. Inoltre venendo alle ore, diremo: perchè da 12 ore ne abbiamo data una a' minuti, così sono rimaste 11, per cui da 11 ore, toltone 10 scriveremo il residuo 1. Alla fila de' giorni diremo: perchè da 18 giorni non si possono togliere 21, così dalla fila de' mesi ne prenderemo 1, che vale 30 giorni, i quali uniti a' 18, fanno 48 giorni; e quindi diremo, da 48 giorni toltone 21, re-

stano 27, e scriveremo questo residuo. Passando a' mesi, perchè da questi ne abbiamo tolto uno, così sono rimasti 8, e perchè da 8 ne vogliamo togliere anche 8, e non ci resta avanzo, noi scriveremo zero. Finalmente perchè da 8 anni non si possono togliere 10 anni, così da' secoli ne prenderemo uno, il quale perchè vale 100 anni, uniti ad 8, avremo 108 anni, da' quali toltine 10, ne restano 98, e questo residuo scriveremo. Da' secoli poi, perchè ne abbiamo preso uno per darlo agli anni, così ne sono rimasti 7, dal quale tolto il 6, ne resta l' avanzo 1, che si noti, ed avremo così la differenza ricercata.

Cantara	*Rotoli*	*Libbre*	*Once*
25	26	1	4
13	75	2	6
11	50	1	10

In questo esempio di peso, incominciando dalla minima specie, diremo: poichè da 4 once non se ne possono togliere 6, così noi prenderemo una libbra dalla sua fila, e mutata in once, fanno 12, le quali unite alle 4 sono 16, dalle quali toltone 6, ne restano 10, e si scrivano, di poi perchè la libbra 1 si è data alle once, così in suo luogo ci è rimasto zero; e perchè da zero non possono togliersi 2 libbre, noi dalla fila se-

guente prenderemo un rotolo, il quale convertito in libbre sono 3, e poi diremo: da 3 libbre toltone 2, ne resta 1, e questo residuo scriveremo. Indi perchè da 26 rotoli ne abbiamo dato uno al luogo delle libbre, così ne restano 25, dal quale non potendosi togliere 75, cresceremo di un cantaro, o sieno 100 rotoli a questo numero 25, ed avremo 125 rotoli, da' quali toltine 75, ne restano 50 per residuo. Finalmente dalla fila de'cantari, essendosene levato uno, ne restano 24 da' quali toltone 13 scriveremo 11 per residuo, ed avremo così l'intera differenza fra i due numeri dati.

Carri	*Versure*	*Catene*
15	16	20
10	18	25
4	17	31

In questo esempio di misura quadrata, incominciando dalla specie minima diremo così: poichè da 20 catene non possiamo togliere 25, così prenderemo una versura dalla sua fila, la quale poichè contiene 36 catene le medesime unite a 20, daranno 56 catene, dalle quali toltone 25 restano 31 di avanzo, e lo scriveremo. Di poi perchè dalla fila delle versure ne abbiamo tolta una, così saranno 15, dalle quali non potendosi togliere 18, noi prenderemo dalla fila seguente

un carro che contiene 20 versure, le quali unite a 15 ci danno 35 versure, dalle quali togliendone 18, scriveremo l' avanzo 17. Finalmente essendosi levato un carro dalla sua fila, ne sono rimasti 14, da' quali toltone 10; scriveremo l' avanzo 4, ed avremo così la differenza ricercata.

§. IV.

La Moltiplica

La moltiplica de' denominati si eseguisce col moltiplicare separatamente ogni specie, notarne il di più, o sia l' avanzo, riportare le quantità prossimamente maggiori all' altra specie seguente.

ducati	*grana*	*cavalli*
8	6	8
		4
38	6	8

In questo esempio di monete, dovendosi moltiplicare la data quantità di monete per 4, noi incominceremo dalla specie minima, dicendo così: 4 via 8 fanno 32 cavalli, i quali componendo 2 grana, ed 8 cavalli, noi scriveremo il di più 8, e riporteremo 2 grana alla fila seguente, dicendo: 4 via 6 fanno 24, e 2, che si portano, sono 26,

per cui noteremo il 6, e riporteremo il 2, dicendo: 4 via 2 sono 8, e 2, che si portano, fanno 10; e perchè 106 grana fanno 1 ducato, e 6 grana, perciò ci basta di aver notato solo il 6, e riporteremo 1 ducato dicendo: 4 via 8 sono 32, ed 1 che si porta sono 33, e così lo noteremo, ed avremo tutto il prodotto della proposta moltiplica.

mesi	*giorni*	*ore*
9	17	8
		5
47	26	16

In questo esempio di tempo, incominciando dalla specie minima, diremo così: 5 via 8 fanno 40 ore, le quali compone do 1 giorno, e 16 ore, così scriveremo l' avanzo 16, e riporteremo 1 alla seguente fila de' giorni. Si moltiplichino 17 giorni per 5, ed aggiungendo 1 di riporto, avremo 86 giorni, i quali perchè contengono 2 mesi, e 26 giorni, perciò scriveremo l' avanzo 26, e riporteremo 2 mesi alla sua fila. Finalmente si moltiplichino i 9 mesi per 5, ed aggiungendo i 2 di riporto, avremo 47 mesi, o sieno 3 anni, 11 mesi 26 giorni, e 16 ore pel prodotto intero della moltiplica, che ci abbiamo proposta.

Rotole	*Libbre*	*Once*
15	2	7
		6
95	0	6

In questo esempio di peso, incominciando dalla specie minima, si dica così; 7 via 6 fanno 42 once, le quali componendo 3 libbre, e 6 once, scriveremo il di più 6 once, e riporteremo 3 libbre alla sua fila. Si moltiplichi 2 per 6, ed aggiuntovi il 3, avremo 15 libbre, e perchè le medesime compongono esattamente 5 rotoli senza avanzo, noi scriveremo zero, e riporteremo 5. Quindi moltiplicando 15 per 6, ed aggiungendo 5, avremo 95 rotoli, ed in questo modo conosceremo l' intero prodotto per la moltiplica de' numeri dati.

Canne	*Palmi*	*Pollici*
10	6	8
		9
97	4	0

In questo esempio di misure lunghe incominciando dalla specie minima, diremo così: 8 via 9 fanno 71 pollici, e perchè questi compongono 6 palmi senza avanzo, perciò scriveremo zero, e riporteremo il 6 alla sua fila. Si moltiplichino 6 per 9, ed al prodotto aggiunto il 6 di

riporto, avremo 60 palmi, i quali componendo 7 canne, e 4 palmi, noi scriveremo l' avanzo 4, e riporteremo il 7 alle canne, dicendo: 10 via 9 fanno 90, e 7 di riporto, avremo 97 canne, ed il prodotto intero della data quantità proposta.

§. V.

La Divisione

Per dividere i denominati, il divisore si scriva a sinistra del dividendo, e sotto della linea si notino nel quoziente distintamente le specie secondo che si ritrovano, avvertendo intanto, che gli avanzi delle parti antecedenti si uniscano alle parti seguenti, riducendoli prima alla specie prossima minore, e dell' ultimo residuo poi se ne componga la solita frazione di avanzo.

5			*Ducati*	*Grani*	*Cavalli*
Duc.	*Gr.*	*Cav.*			
5	43	$8\frac{4}{5}$	27	23	8
			25		
			223		44
			20		40
			23		4
			20		
			3		

In questo esempio di monete, essendo 5 il divisore, noi faremo così: Poichè il divisore 5 entra 5 volte nel 27, così scriveremo nel quoziente de' ducati il 5, e moltiplicando il quoziente pel divisore, il prodotto 25 si sottragga da 27, e ci rimane di avanzo 2 ducati. Questo avanzo 2 essendo 200 grana uniremo al medesimo tutta la fila delle grana, ed avremo 223. Diviso per 5 questo numero, noteremo 44 nel quoziente delle grana, e fatta la solita sottrazione, avremo di avanzo 3 grana, restando a dividere gli 8 cavalli. Queste 3 grana si riducono a cavalli, ed essendo 36 cavalli, a questi si uniscano gli 8 cavalli del dividendo, ed avremo 44 cavalli da dividere. Diviso dunque 44 per 5, noteremo 8 nel quoziente de' cavalli, e fatta la solita sottrazione con moltiplicare il quoziente 8 pel divisore 5 e 'l prodotto 40 sottratto da 44, ne resta di ultimo avanzo 4, di cui si componga la frazione $\frac{4}{5}$ da mettersi a fianco del quoziente ritrovato.

4			rotoli	libbra	once
rot.	lib.	onc.	13	2	8
			12		
3	1	5			
			1	5	
				4	
				1	20
					20
					00

In questo esempio di peso; essendo 4 il divisore, faremo così: Poichè il divisore 4 entra 3 volte nel dividendo 13., noi scriveremo il 3 nel quoziente de' rotoli, e moltiplicato il 3 del quoziente pel divisore 4, il prodotto 12 si sottragga da 13, e ci avanza 1 rotolo. Indi perchè si debbano dividere le libbre, l' avanzo 1 rotolo convertito in libbre fanno 3 libbre, le quali unite alle 2, avremo 5 libbre. Divise 5 libbre per divisore 4, il quoziente 1 si noti al suo luogo, e fatta la sottrazione, avremo 1 libbra di avanzo, la quale perchè vale 12 once, perciò alle medesime uniremo le 8 once del dividendo, ed avremo 20 once da dividere. Si divida dunque 20 pel divisore 4, e 'l quoziente 5 si noti al luogo delle once, e moltiplicato poi il quoziente 5 pel

divisore 4, il prodotto 20 si sottragga dal dividendo 20, e non essendoci avanzo, avremo il quoziente senza frazione.

				mesi	*giorni*	*ore*
	3			7	15	6
mesi	*giorni*	*ore*		6		6
2	15	2		1	45	0
					3	
					15	
					15	
					00	

In questo esempio del tempo, essendo 3 il divisore, noi faremo così: Poichè il divisore 3 entra 2 volte nel dividendo 7, perciò scriveremo il 2 nel quoziente de' mesi, il quale moltiplicato pel divisore, e 'l prodotto 6 sottratto da 7; avremo per residuo 1 mese, e perchè 1 mese vale 30 giorni, così uniremo a' medesimi i 15 da dividersi, ed avremo in tutto 45 giorni, i quali divisi per 3, avremo nel quoziente de' giorni il numero 15, e fatta la solita sottrazione, non vi resta residuo. Finalmente divise per 3 le 6 ore, avremo 2 nel quoziente delle ore, o tutto il quoziente senza la frazione.

5			catene	passi	palmi
cat.	*pas.*	*pal.*	18	8	6
3	7	$5\frac{3}{3}$	15		
			38		27
			35		25
			3		2

In questo esempio di misure lunghe, essendo 5 il divisore, sì faccia così: Poichè il divisore 5 entra 3 volte nel dividendo 18 delle catene, così noi scriveremo 3 nel quoziente delle catene, il quale moltiplicato pel divisore, il prodotto 15 si sottragga da 18, e ci avanzano 3 catene. Queste 3 catene di avanzo valgono 30 passi, ed 8 ne abbiamo nella fila de' passi, e sono 38: Quindi il divisore 5 entra in 38 per 7 volte, e così lo scriveremo, e moltiplicato il 7 del quoziente del divisore, il prodotto 55 si sottragga da 58, e ci avanzano 3 passi. Questi 3 passi sono 21 palmi, e 6 ne sono nel dividendo, avremo 27 palmi, divisi i quali pel divisore 5, avremo il quoziente 5, e fatta la solita sottrazione, ci avanza 2, di cui compone la frazione $\frac{3}{3}$ ed avremo così l' intero quoziente.

La Prova di ciascheduna di queste operazioni de' denominati per la somma, sottrazione, moltiplica, e divisione è la stessa di quella degl' intieri, ma eseguita all' uso de' denominati.

CAPO III.

I ROTTI

La preparazione

Quando l' unità di qualche specie si concepisce divisa in parti, e di queste parti se ne prendono alcune, allora ne nasce un numero che si chiama *rotto*, *fratto*, *frazione*. Il rotto si scrive così. Il numero delle parti, in cui si è concepita divisa l' unità, si scrive sotto, e si chiama *denominatore*, ed il numero di queste parti, che si prendono, si scrive sopra, e si dice *numeratore*; tra l' uno, l' altro si tiri una linea. Così se si concepisca un grano diviso in 12 parti, e di queste se ne prendano 7, allora la frazione sarà $\frac{7}{12}$, e si dice: *sette dodicesime di gr.*

I rotti possono essere di due specie: veri, e falsi, si dice *rotto vero*, quando il numerato sia minore del denominatore, come, $\frac{2}{1}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{1}{4}$,

giacchè in ciascheduna di queste frazioni il numeratore è minore del denominatore, ed in questo caso sempre la frazione è minore dell' unità, o sia dell' intero. Si dice poi *Rotto falso*, quando il numeratore sia uguale, o maggiore del denominatore; ed in ispecie, quando il numeratore, e'l denominatore sieno uguali, come $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{200}{300}$, allora qualsivoglia di queste frazione è sempre uguale ad un solo intero: poichè in quante parti si concepisce diviso l'intero, di tante per appunto se ne pigliano. Quando poi il numeratore sia maggiore del denominatore, come $\frac{4}{2}$, $\frac{7}{2}$, allora la frazione può contenere uno, o più interi, accompagnato qualche volta da una frazione di più. Così nel primo esempio $\frac{4}{3}$ è uguale ad 1 intero, e $\frac{3}{3}$; nel secondo esempio $\frac{7}{2}$ è uguale a 3 interi, e $\frac{1}{2}$, giacchè in quante parti vien diviso l'intero, delle medesime molte più s' intende di pigliarne.

Per conoscere se una frazione sia maggiore, o minore d' un' altra frazione, fa uopo, sapere la regola seguente. Quanto più la differenza, che passa tra il numeratore, e 'l denominatore di una frazione, sia minore, o maggiore della differen-

za, che passa tra il numeratore, e 'l denominatore di un' altra frazione isometra, tanto più la prima frazione sarà maggiore, o minore della seconda frazione. Così $\frac{2}{3}$ è maggiore di —, perchè la differenza della prima è 1, e la differenza della seconda è 3. Così $\frac{1}{3}$ è minore di $\frac{3}{4}$, perchè la differenza della prima è 3, e la differenza della seconda è 1. Che se poi ci sieno due frazioni, che avessero uguale differenza, in questo caso, quella sarà maggiore, la quale sarà formata da numeri più grandi. Così $\frac{3}{9}$ è maggiore di $\frac{3}{4}$ quantunque abbiano queste due frazioni la medesima differenza.

I segni, che si usano nel calcolo per la facilitazione del medesimo, sono i seguenti. Il segno + dinota *più*, o sia la somma. Il segno — dinota *meno*, o sia la sottrazione. Il segno $\times$ dinota *moltiplica*. Il segno, dinota *divisione*. Il segno = dinota *uguale*. Quindi questo esempio: $10 + 6 = 16 - 4 = 12 \times 3 = 36.\ 4 = 9$ si legge così 10 più 6 sono uguali a 16, e da questo men 4, il residuo è uguale a 12, il quale moltiplicato per 3, il prodotto è uguale a 39, e questo diviso per 4, il quoziente è eguale a 6, e così degli altri.

Ben inteso tutto questo, acciò possiamo entra-

re nelle regole di tutti i casi possibili per la somma, sottrazione, moltiplica, e divisione de' rotti, stimiamo cosa inevitabile di premettere i seguenti nove problemi preparatorj, la cui pratica necessario è di sapersi assolutamente.

1. *Tra due numeri dati, trovarne la di loro massima comune misura.* Si chiama massima comune misura quel numero, il quale divide due altri numeri dati, senza che però ci resti residuo nè dall' uno, nè dall' altro. L' operazione intanto si eseguisce così. Sia da ritrovarsi la massima comune misura tra 90, e 96. Si divida il maggiore 96 pel minore 90 e non facendo conto del quoziente, si noti soltanto il residuo 36. Questo residuo deve dividere il 60, che è stato il primo divisore e non badando al quoziente, si noti il residuo 24. Questo residuo deve dividere il primo residuo 36, che è stato il secondo divisore, e non facendo conto del quoziente, si noti il terzo residuo 12. Questo terzo residuo deve dividere il secondo 24, perchè in questa divisione non ci rimane alcuna cosa di residuo, perciò quest' ultimo divisore 12 sarà quel numero, che noi diciamo massima comune misura tra i due numeri dati. In fatti se per 12 si divida 60, e poi 96, noi vedremo, che nel primo ci entra 5 volte, e nel secondo 8 volte, senza restare avanzo nè dall' uno, nè dall' altro. Intanto avvertiamo che non

sempre possiamo ritrovare la massima comune misura tra due numeri dati, come la pratica poi farà conoscere.

2. *Ridurre un rotto a minimi termini.* Alle volte suole accadere, che si abbia una frazione, i cui numeri componenti sieno assai, per cui non solo si rende oscura al nostro intelletto pel suo valore, ma riesce altresì incomodissima nel calcolo. Quindi data una frazione di simil guisa, si cerca di ritrovarne un' altra, la quale sia uguale in valore alla data, ma che sia espressa con numeri più piccoli. Per eseguire tutto questo, egli è mestieri, che tra il numeratore, e'l denominatore si trovi la massima comune misura, ritrovata la quale, colla medesima si divida il numeratore, e 'l denominatore della data frazione, e poi de' respettivi quozienti se ne componga la frazione ricercata. Così sia da ridursi a minimi termini la frazione $\frac{60}{96}$. Si trovi prima tra il numeratore 60, e 'l denominatore 96 la massima comune misura, che sarà 12. Con questo 12 si divida 60, ed avremo 5 per quoziente; di poi si divida 69, ed avremo 8 per quoziente, e con questi due quozienti si componga $\frac{5}{8}$, che sarà la frazione ridotta a minimi termini, ed uguale in valore alla data. Avvertasi in questo luogo, che siccome non sempre si può

ritrovare la massima comune misura tra due numeri, così non sempre possiamo ridurre a minimi termini qualsivoglia frazione.

3. *Ridurre il rotto all' intero.* Le frazioni, che si riducono ad intero sono sempre le false. Questo si fa dividendo il numeratore pel denominatore, e 'l quoziente dinota gl' interi, e se vi è residuo, del medesimo se ne compone una frazione falsa $\frac{15}{0}$. Si divida il numeratore 15 pel denominatore 5, e il quoziente 3 dinota gl' interi, a' quali si uguaglia la data frazione. Sia di più $\frac{17}{4}$ da ridursi ad intero. Si divida il numeratore 17 pel donominatore 4, e 'l quoziente 4 saranno gl' interi, e perchè ci avanza 1; così ne comporremo la frazione $\frac{1}{4}$, ed avremo $\frac{17}{4} = 4 + \frac{1}{4}$.

4. *Ridurre lo intero a rotto semplice.* Alle volte accade, che di un numero intero ce ne dobbiamo servire in forma di rotto, ed in questo caso, per mutare qualsivoglia intero a rotto semplice, non si deve far altro, che sottoscrivere all' intero sempre il denominatore 1. Così sia da ridursi a rotto semplice il numero 3: si sottoscriva 1, ed avremo $\frac{3}{1}$. Di più $16 = \frac{16}{1}$. In

fatti se queste frazioni si vogliono ridurre ad intero, si avranno gl'interi dati pel terzo problema.

5. *Ridurre lo intero a rotto di un dato denominatore.* Accade per lo più, che di un intero ce ne dobbiamo servire in forma di rotto, ma che il medesimo abbia un determinato denominatore. Per eseguirlo si moltiplichi lo intero pel dato denominatore, ed il prodotto sarà il numerato della frazione, al quale si sottoscriva il denominatore dato. Così il numero 8 interi sia da ridursi a frazione, che abbia 4 per denominatore. Si moltiplichi l'intero 8 pel dato denominatore 4, e'l prodotto 32 sarà il numeratore, e'l numero 4 sarà il denominatore, ed avremo $\frac{32}{4}$ In fatti pel terzo problema, riducendo ad intero questa frazione, avremo l' intero dato.

6. *Ridurre i rotti allo stesso denominatore.* Se si abbiano più frazioni di diverso denominato, e si volessero ridurre allo stesso denominatore, si farà così. Si moltiplichino tra di loro tutti i denominatori, e'l prodotto sarà il comune denominatore. Per ritrovare poi i corrispondenti numeratori, allora si moltiplichi il numeratore della prima frazione pe' denominatori delle altre, e non già col suo, e'l prodotto sarà il ricercato numeratore, e così si farà per le altre. Sieno da ridursi allo stesso denominatore $\frac{2}{3}\ \frac{4}{5}\ \frac{6}{-}$. Si molti-

plichino tra di loro i denominatori, dicendo: 3 via 5 fanno 15: e poi 15 via 8 sono 120, e questo sarà il denominatore comune a tutte le date frazioni. Per ritrovare poi i corrispondenti numeratori, si operi nel modo seguente, si prenda il numeratore 2 della prima frazione, il quale si moltiplichi pe' denominatori 5, ed 8 delle altre, e 'l prodotto 80 sarà il primo numeratore. Per la seconda, il numeratore 4 si moltiplichi pe' denominatori 3, ed 8 delle altre, e 'l prodotto 96 sarà il secondo numeratore. Per la terza, il numerato 6 si moltiplichi pe' denominatori 3, e 5 delle altre, ed il prodotto 90 sarà il terzo numeratore. Fatto questo, comporremo le tre frazioni $\frac{89}{129}$ $\frac{96}{120}$ $\frac{90}{120}$, le quali saranno uguali in valore alle tre date, ma che hanno un medesimo denominatore.

7. *Ridurre l' intero col rotto ad un solo rotto.* Se si abbia qualche intero con una frazione, e ci sarà mestieri unire amendue, e comporne una sola frazione, in questo caso, pel quinto problema, si moltiplichi l' intero pel denominatore della sua frazione, ed al prodotto si aggiunga il numeratore, e la somma sarà il numeratore della ricercata frazione. Sia da ridursi ad un solo rotto $4\frac{2}{1}$ Si moltiplichi il denominatore

3 per l' intero 4 ed al prodotto 12 si unisca il numeratore 2 la somma 14 sarà il numeratore della richiesta frazione, il di cui denominatore sarà quello della frazione data. Quindi $\frac{34}{2}$ sarà uguale a $4\frac{2}{3}$; giacchè riducendo la frazione ad intero, ritroveremo lo stesso.

8. *Ridurre un rotto di rotto ad un solo rotto.* Alle volte accade, che di un rotto se ne formano altre frazioni, che sono le sue parti. Ora per unirle nel suo tutto, e formarne un solo rotto, si opera così. Si moltiplichino i numeratori fra di loro e 'l prodotto sarà il numeratore della frazione, che si cerca; si moltiplichino i denominatori fra di loro, e 'l prodotto sarà il denominatore richiesto. Il segno (esprime il rotto di rotto. Sieno $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ da ridursi da un solo rotto. Si moltiplichino tra di loro i numeratori 2, e 3, ed avremo 6; indi si moltiplichino i denominatori 3, e 4, ed avremo 12, per cui la frazione ridotta sarà $\frac{6}{12}$ o sia $\frac{3}{2}$ ridotta a minimi termini.

9. *Valutare i rotti.* Per valutare i rotti, si suppone, che questi sieno frazioni de' denominati, ed altra cosa non significa, che ridurre alle sue specie minori una frazione di specie mag-

giori. Per eseguirlo si moltiplichi il numeratore per la sua specie prossimamente minore, e 'l prodotto si divida pel denominatore, e se resta residuo, si faccia lo stesso coll' altra specie. Gli esempj seguenti ne daranno la pratica.

	Ducato	*Grani*	*Cavalli*
$\frac{5}{8}$ sono =		62	6

Sia da valutarsi $\frac{5}{8}$ di ducato. Poichè il ducato si divide in 100 grana, che è la sua specie prossimamente minore, così si moltiplichi il 100 pel numeratore 5, e 'l prodotto 500 si divide pel denominatore 8, ed avremo nel quoziente 62 grana, e ci avanzano $\frac{4}{8}$ di grano. Questi $\frac{4}{8}$ si debbono valutare. Poichè il grano si divide in 12 cavalli, così si moltiplichi il 12 pel numeratore 4 e 'l prodotto 48 si divida pel denominatore 8, ed avremo nel quoziente 6 cavalli, e non ci resta cosa veruna di avanzo.

secolo	*anni*	*mesi*	*giorni*	*ore*	*minuti*
$\frac{4}{7}$ sono	57	1	21	10	$17\frac{3}{2}$

Sia da valutarsi $\frac{4}{7}$ di secolo. Poichè il secolo si divide in 100 anni, così si moltiplichi il 100

pel numeratore 4, e 'l prodotto 400 si divida pel numeratore 7, e 'l quoziente 57 saranno gli anni, e ci avanza $\frac{8}{7}$ di anno. Per valutarlo, perchè l' anno si divide in 12 mesi, così si moltiplichi il 12 pel numeratore 1, e 'l prodotto 12 si divida pel denominato 7, e 'l quoziente 1 sarà il numero de' mesi, e ci avanzano $\frac{5}{7}$ di mese. Per valutarli, perchè il mese si divide in 30 giorni, perciò si moltiplichi il 30 pel numeratore 5, e 'l prodotto 150 si divida pel denominatore 7, e 'l quoziente 21 saranno i giorni, e ci avanzano $\frac{3}{7}$ di giorno. Per valutarli, perchè il giorno si divide in 24 ore, perciò si moltiplichi il 24 pel numeratore 3, e 'l prodotto 72 si divida pel denominatore 7 e 'l quoziente 10 saranno le ore, e ci avanzano $\frac{2}{7}$ di ore. Per valutarli, giacchè l'ora si divide in 60 minuti, così si moltiplichi 60 pel numeratore 2, e 'l prodotto 120 si divida pel denominatore 7, e 'l quoziente 17 $\frac{8}{7}$ saranno i minori; ed avremo così valutata la frazione nelle sue specie minori.

cantaro	*rotoli*	*libbre*	*once*
$\frac{3}{2}$ sono =	37	1	6

Sia da valutarsi $\frac{3}{2}$ di cantaro. Poichè il cantaro si divide in 100 rotoli, così si moltiplichi il 100 pel numeratore 3, e 'l prodotto 300 si divida pel denominatore 8, e 'l quoziente 37 saranno i rotoli, e ci avanzano $\frac{4}{8}$ di rotolo. Per valutarli, perchè il rotolo si divide in 3 libbre, così si moltiplichi il 3 pel numeratore 4, e 'l prodotto 12 si divida pel denominatore 8, e 'l quoziente 1 sarà il numero delle libbre, e ci avanzano $\frac{4}{8}$ di libbra, per valutarli, perchè la libbra si divide in 12 once, così si moltiplichi il 13 pel numeratore 4, e 'l prodotto 48 si divida pel denominatore 8, e 'l quoziente 6 saranno le once, e non ci avanza cosa alcuna; ed avremo così la valuta nelle sue specie della data frazione.

miglio	*passi*	*palmi*
$\frac{5}{7}$ sono =	714.	2.

Sia da valutarsi $\frac{5}{7}$ di miglio. Poichè il miglio è divisibile in 1000 passi, così si moltiplichi il 1000 pel numeratore 5, e 'l prodotto 5000 si di-

vida pel denominatore 7, e 'l quoziente 714 saranno i passi, e ci avanzano $\frac{2}{7}$ di passo. Per valutarli, perchè il passo si divide in 7 palmi, così si moltiplichi il 7 pel numeratore 2, e 'l prodotto 14 si divida pel dènominatore 7, e 'l quoziente 2 saranno i palmi, e non ci avanza cosa alcuna, ed avremo in passi, ed in palmi la valutà della data frazione di miglio, e così delle altre simili.

Ben intesi questi problemi préparatorj, tempo è d' introdurci alla esecuzione, ed alla pratica de' rotti per tutti i casi possibili della somma, sottrazione, moltiplica, e divisione, ed in ciascheduna delle medesime eseguiremo il metodo geometrico, che è il più breve, più facile, ed universale per qualsivoglia quantità. Intanto noi aggiungeremo il metodo denominato, o sia all' uso mercantile in que' soli casi, ne' quali i negozianti differiscono dalla comune geometrica operazione.

§. II.

LA SOMMA.

Nella somma de' fratti possono accadere quattro casi generali, che noi esporremo all' uso geometrico.

1. *Sommare i rotti collo stesso denominatore.* Si sommino prima tutt' i numeratori; ed a questo risultato si sottoscriva il commune denominatore, ed il rotto nato sarà la somma.

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{2}{5} \text{ sono} = \frac{2}{6}, \text{ cioè} = 1 = \frac{4}{5}$$

Per sommare queste tre date frazioni; che hanno un istesso denominatore, si faccia così. Si sommino in tre numeratori, ed avremo 9, e perchè hanno l' istesso denominatore avremo $\frac{2}{5}$ per la somma, la quale ridotta ad intero, sarà $= 1 + \frac{4}{5}$ pel terzo problema.

2. *Sommare i rotti con diverso denominatore.* Quando le frazioni da sommarsi hanno diverso denominatore, allora pel sesto problema, si riducano prima allo stesso denominatore, e poi si sommino secondo l' antecedente operazione.

$$\frac{4}{6}+\frac{5}{7}+\frac{3}{5}=\frac{140}{}\frac{150}{210}\frac{126}{}=\frac{416}{210}=+\frac{200}{210}=\frac{103}{105}$$

Sieno da sommarsi le date tre frazioni di diverso denominatore. Si riducano prima tre altre frazioni, che abbiano un istesso denominatore, e poi sommate, avremo uua frazione, che si riduce ad intero col rotto.

3. *Sommare gl' interi con rotti dello stesso denominatore.* Si sommino prima i rotti e si sottoscriva il residuo, e si riporti lo intero, se vi è : indi si sommino gl' interi.

$$15\ \frac{5}{7}$$

$$12\ \frac{4}{7}=\frac{12}{7}=1+\frac{7}{7}$$

$$20\ \frac{2}{7}$$

$$\overline{48\ \frac{5}{7}}$$

Poichè questi rotti hanno un istesso denominatore, così si sommino, e ritroveremo, che fanno 2 intero, e $\frac{5}{7}$ per cui scriveremo $\frac{5}{7}$; e riporteremo; 1 alla somma degl' interi.

4. *Sommare gl' interi con rotti di diverso denominatore.* I rotti si riducano prima all' istes-

so denominatore, ed indi si sommino: si soscriva il residuo, e se vi è l'intero, si riporti alla colonna degl' interi.

$$20\ \frac{3}{4}$$

$$19\ \frac{5}{8} = \frac{120}{} \ \frac{100}{100} \ \frac{128}{} = \frac{348}{100}\ 2 = + \frac{28}{100} = \frac{7}{40}$$

$$16\ \frac{4}{5}$$

$$57\ \frac{7}{40}$$

Poichè questi rotti hanno diverso denominatore, perciò si riducano prima allo stesso denominatore pel stesso problema, e di poi si sommino, e la frazione nata sarà uguale a $2 + \frac{7}{40}$ per cui soscrivendo questo residuo, riporteremo il 2 alla somma degl' interi.

All' uso mercantile. Differisce la pratica mercantile dalla geometrica nel secondo, e quarto caso. Quindi nel secondo caso, per sommare i fratti denominati, sarà mestieri, che pel nono problema, si valuti ciascheduna frazione, ed indi si sommino. Così sieno da sommarsi $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ di grano. Poichè il grano è divisibile in 12 cavalli, perciò troveremo $\frac{2}{3} = 8$ cavalli, $\frac{1}{4} = 3$

$\frac{1}{6}$, — 2 cavalli per cui 8 + 3 + 2 = 13 cavalli, o sia 1 grano, ed $\frac{1}{12}$

Nel quarto caso, dovendo sommare interi con rotti denominati, si sommino prima i rotti nella maniera esposta, e poi riportando l'intero, se vi è, si sommino gl' interi. Sieno da sommarsi le quantità di grana, e frazioni 3 $\frac{1}{2}$, 4 $\frac{1}{3}$, 6 $\frac{3}{4}$. Poichè le frazioni, sommate sono 19 cavalli, vale a dire, 1 grano, $\frac{7}{12}$, così si noti la frazione di avanzo, e si riporti 1 grano alla somma degl' interi, e vedremo 14 grana, e $\frac{7}{12}$, o sieno 7 cavalli.

§. III.

La Sottrazione.

Nella Sottrazione de' rotti possono accadere sei casi generali, che noi esporremo all' uso geometrico.

1. *Sottrarre un rotto da un altro collo stesso denominatore.* Si scriva a sinistra il rotto maggiore, ed a destra il minore: di poi dal numeratore del primo si sottragga il numeratore del secondo, ed al residuo si sottoscriva il comune denominatore.

$$\frac{8}{10} = \frac{5}{19} = \frac{3}{10}$$

Sia da sottrarsi da $\frac{8}{10}$ la frazione $\frac{5}{10}$; che abbiano il medesimo denominatore. Si sottragga dal numeratore 8 il numeratore 5, e'l residuo 3 si noti, al quale si sottoscriva il comune denominatore 10, e la frazione $\frac{3}{10}$ sarà il residuo, o sia la differenza delle due date frazioni.

2. *Sottrarre un rotto da un altro con diverso denominatore.* Si riducano prima allo stesso denominatore pel sesto problema, ed indi si faccia la sottrazione secondo il primo caso.

$$\frac{5}{6}\ \frac{4}{9} = \frac{45\ \ 24}{54} = \frac{21}{54} = \frac{7}{8}$$

Le frazioni date essendo di diverso denominatore; si riducano prima al medesimo denominatore; di poi eseguita la sottrazione ci resta $\frac{}{12}$ di residuo.

3. *Sottrarre il rotto dall' intero.* Dall' intero si prenda una unità, e pel quinto problema si converta in fratto dello stesso denominatore, e poi si faccia la sottrazione.

$$15 - \frac{5}{8} \qquad 15 = 14 + \frac{8}{8}$$

$$\frac{5}{8}$$

$$14 + \frac{3}{8}$$

Sia de' 15 interi da sottrarsi $\frac{5}{8}$. Si prenda da 15 una unità, la quale si converta in fatto, che abbia per denominatore 8, ed avremo il 15 uguale a 14 ed $\frac{2}{8}$; ora sottraendo 5, ci resta $14 + \frac{3}{8}$.

4. *Sottrarre dall' intero col rotto minore un rotto maggiore collo stesso denominatore*; Dall'intero si prenda una unità, e si converta in fratto dello stesso denominatore della sua frazione corrispondente, e si uniscano insieme pel settimo problema. Fatto questo si venga alla sottrazione.

$$8\frac{3}{5} \quad 8 = 7\frac{5}{5} \times \frac{3}{5} = 7\frac{8}{5}$$

$$\frac{4}{5} \qquad \frac{4}{5}$$

$$7\frac{4}{5}$$

Sia da 8 interi, e $\frac{3}{5}$ da sottrarsi $\frac{4}{5}$. Benchè queste due frazioni sieno dello stesso denominatore, pure la prima è minore della seconda, quindi dell' intero 8 prendendo una unità, e questa

ridotta a fratto dello stesso denominatore della sua frazione corrispondente, avremo 7 interi, e $\frac{6}{5}$ ed a questa unità, avremo in tutto $7\ \frac{8}{2}$, dal quale tolto $\frac{4}{5}$, il residuo $7\ \frac{4}{5}$, sarà la differenza.

5. *Sottrarre dall' intero col rotto maggiore un intero col rotto minore di diverso denominatore.* I fratti si riducano prima allo stesso denominatore, ed indi si faccia la sottrazione.

$$8\ \frac{5}{7} = \frac{10-7}{14-} \quad \frac{3}{14}$$

$$-\ 6\ \frac{1}{2}$$

$$2\ \frac{3}{14}$$

Sia da $8\ \frac{5}{7}$ da sottrarsi $6\ \frac{1}{2}$. Poichè i fratti sono di diverso denominatore, così si riducano prima allo stesso denominatore. Fatto questo, si faccia la sottrazione, ed avremo $\frac{}{41}$ per residuo. Finalmente sottratti gl' interi, avremo in tutto $2\ \frac{3}{14}$ per totale differenza.

6. *Sottrarre dall' intero col rotto minore lo intero col rotto maggiore di diverso denomi-*

natore. Il rotto minore si accresca dal suo intero, secondo le regole esposte; indi i rotti si riducano allo stesso denominatore, e poi si sottragga secondo le regole enunciate, per vederne il residuo o sia la differenza.

$$8\frac{4}{7} \quad 8 = 7\frac{7}{7} + \frac{4}{7} = 7\frac{1}{7} \quad \frac{44-21}{28} = \frac{3}{82}$$

$$= 6\frac{3}{4} \qquad \overline{}\ 6\frac{3}{4}$$

$$1\frac{23}{28}$$

Sia da $8\frac{4}{7}$ da sottrarsi $16\frac{3}{4}$. Poichè la prima frazione è minore della seconda, così dal suo 8 intero si prenda una unità, la quale convertita in frazione della stessa denominazione di $\frac{4}{4}$, ed unita poi alla medesima, avremo che $8\frac{4}{7}$ sarà $= 7\frac{11}{7}$ dal quale si deve sottrarre $6\frac{3}{4}$; e perchè queste frazioni sono di diverso denominatore, perciò riducendole prima alla stessa denominazione, e poi sottratte, avremo $1\frac{23}{22}$ per totale residuo.

All' uso mercantile. Differisce la pratica mercantile della geometrica nel secondo, nel terzo, e nel sesto caso. Quindi nel secondo caso, da

$\frac{5}{12}$ debbasi sottrarre $\frac{1}{6}$ di grano. Poichè $\frac{5}{12}$ vale 5 cavalli, ed $\frac{1}{6}$ ne vale 2, così togliendo 2 da 5, il residuo 3 cavalli, o sia $\frac{1}{4}$ di grano sarà la differenza.

Nel terzo caso, si riduca una unità dell' intero a rotto della medesima specie, ed indi si operi. Sia da 8 grana da sottrarsi $\frac{5}{6}$ di grano. Dell' 8 si faccia 7 grana, e 12 cavalli, e perchè $\frac{5}{6}$ sono 10 cavalli, perciò sottraendo 10 da 12, il residuo 2 cavalli, o sia $\frac{1}{6}$ di grano sarà il residuo di frazione, e la differenza intera $7\frac{1}{6}$.

Nel sesto caso, il rotto minore si accresca col prendersi una unità dallo intero, corrispondente, la quale unità si riduca a fratto della medesima specie, ed indi si operi. Così da 8 grana ed $\frac{1}{6}$ debbonsi sottrarre 6 grana, e $\frac{5}{12}$. Dall' 8 grana se ne prenda 1, e perchè sono 12 cavalli, a' quali unito $\frac{1}{6}$, o sieno 2 cavalli, fanno 14 cavalli. Quindi da 14 sottratti 5 cavalli, il residuo sarà 9 cavalli; e di poi da 7 sottratti 6, ne resta 1, e perciò 1 grano, e 9 cavalli, o sia $1\frac{3}{4}$ sarà la differenza totale.

§. IV.

La Moltiplica

Nella moltiplica de' rotti possono accadere cinque casi generali, che noi esporremo all' uso geometrico.

1. *Moltiplicare un rotto per un altro rotto:* Si moltiplichino primi i numeratori tra di loro, e poi i denominatori anche tra di loro, e de'due risultati se ne componga la frazione di prodotto.

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$$

Per moltiplicare $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{7}$, si moltiplichino prima i numeratori tra di loro, e 'l prodotto 6 sarà il numeratore della frazione prodotta: Si moltiplichino poi i denominatori anche fra di loro, e 'l prodotto 35 sarà il denominatore, ed avremo $\frac{6}{35}$ per la frazione del prodotto.

2. *Moltiplicare l' intero pel rotto, o pure il rotto per lo intero.* In questo caso all' intero si soscriva l' unità per farlo fratto semplice, secondo il quarto problema, e di poi si faccia la moltiplica, come nel primo caso.

$$\frac{3}{1} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5} \quad \frac{4}{5} \times \frac{4}{1} = \frac{16}{5} = 3 + \frac{1}{5}$$

Dovendosi moltiplicare l'intero 3 pel rotto $\frac{2}{5}$ all' intero si soscriva l' unità, ed avremo $\frac{3}{1}$. Si faccia la moltiplica, ed avremo $\frac{4}{5}$, il quale è riducibile ad intero pel terzo problema. Inoltre dovendosi moltiplicare $\frac{4}{5}$ per l' intero 4, a questo si soscriva l' unità, ed avremo $\frac{4}{1}$. Facendo quindi la moltiplica, avremo $\frac{16}{5}$ per prodotto, il quale si riduca ad intero.

3. *Moltiplicare lo intero per lo intero e rotto, o pure lo intero, e rotto per lo intero.*

All' intero semplice si soscriva l' unità, e l' altro intero si riduca a rotto dello stesso denominatore della sua frazione corrispondente, e poi unita alla medesima, avremo due frazioni, che si moltiplichino, fra di loro, come nel primo caso.

$$3 \times 2\frac{3}{5} = \frac{3}{1} \times \frac{13}{5} = \frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$$

$$5\frac{2}{7} \times 3 = \frac{37}{7} \times \frac{3}{1} = \frac{111}{7} = 15\frac{6}{7}$$

Sia da moltiplicarsi per primo esempio 3 interi per 2 $\frac{3}{5}$. Il semplice intero 3 si faccia fraz-

tó semplice con soscriversi l' unità per quarto problema, ed avremo $\frac{3}{1}$. Di poi $2\frac{3}{5}$ si riduca ad un solo rotto pel settimo problema, ed avremo $\frac{13}{5}$; si moltiplichino tra di loro, come nel primo caso, e 'l rotto nato $\frac{10}{5}$ sarà il prodotto, che si riduca ad intero. Il secondo esempio va eseguito nel modo istesso; giacchè $5\frac{2}{7}$ ridotto ad un sol rotto, sarà $\frac{17}{7}$, e l'intero semplice 3 sarà $\frac{1}{3}$ quindi moltiplicati tra di loro, il rotto $\frac{111}{7}$ sarà il prodotto riducibile ad intero pel terzo problema.

4. *Moltiplicare lo intero e rotto pel rotto, o pure il rotto per lo intero rotto.* Lo intero e rotto si riduca ad un solo rotto, e non mutando la frazione solitaria, si operi.

$$3\frac{4}{6}\times\frac{5}{7}=\frac{22}{6}\times\frac{5}{7}=\frac{110}{42}=2+\frac{13}{21}$$

Sia da moltiplicarsi l' intero e rotto $3\frac{4}{6}$ pel solo rotto $\frac{5}{7}$. L' intero, e rotto si riduca ad un solo rotto $\frac{22}{6}$ pel settimo problema, ed indi si

moltiplichi, ed avremo per prodotto $\frac{110}{42}$ riducibile ad intero. La seconda parte di questo caso si eseguisce nel modo istesso.

5. *Moltiplicare l' intero e rotto per l' intero e rotto.* Ciascheduno intero, e rotto si riduca ad un solo rotto, ed indi si faccia la moltiplica.

$$2\frac{2}{5} \times 4\frac{2}{3} = \frac{17}{5} \times \frac{14}{3} = \frac{238}{15} = 15 + \frac{13}{15}$$

Dovendosi moltiplicare l' intero e rotto per l' intero e rotto, allora si riducono ad un solo rotto ciascheduno de' termini pel settimo problema, ed avremo nel proposto esempio $\frac{17}{5}$, $\frac{14}{3}$ i quali moltiplicati fra di loro daranno la frazione $\frac{238}{15}$, che si riducano ad intero.

All' uso mercantile. Differisce la pratica mercantile dalla geometrica nel caso secondo, terzo, e quinto. Quinto nel secondo caso sia da moltiplicarsi 20 ducati per $\frac{3}{4}$. Si moltiplichi l' intero 20 pel numeratore 3 della frazione, e 'l prodotto 60 si divida pel denominatore 4, e 'l quoziente 15 sarà il prodotto della moltiplica.

Nel terzo caso, sia da moltiplicarsi 147 ducati, e $\frac{2}{5}$ per 6 interi. Si moltiplichi prima 147 per

6, ed avremo per primo prodotto 882; indi si moltiplichi il 6 per lo numeratore 2, e 'l prodotto 12 si divida poi denominatore 5, il cui quoziente 2 interi e $\frac{3}{5}$ unito al primo prodotto, la somma 834 $\frac{2}{5}$ sarà l' intero prodotto.

Nel quinto caso, si debbano fare quattro operazioni. Sieno da moltiplicharsi 5 $\frac{2}{3}$ ducati per 3 $\frac{1}{2}$. Si moltiplichi prima l' intero 5 per l' intero 3, ed avremo 15; indi il rotto $\frac{2}{3}$ per l' intero 3, ed avremo 2; di poi l' intero 5 per $\frac{1}{2}$, e sarà 2 $\frac{1}{2}$; finalmente $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$ ed avremo $\frac{2}{6}$. Onde 15 + 2 + 2 $\frac{1}{2}$ + $\frac{2}{6}$ sono = 19 $\frac{10}{12}$ risultato della intera moltiplica.

§. V.

La Divisione

Nella divisione de' rotti possono accadere quattro casi generali, che noi esporremo all' uso geometrico.

1. *Dividere un rotto per un altro rotto.* Il rotto dividendo si ponga a sinistra, e 'l rotto divisore a destra. Di poi si rovesci il divisore, o si concepisca rovesciato, ed indi si moltiplichi, e 'l prodotto sarà la frazione quoziente.

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{5} = \frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$$

Sia $\frac{2}{3}$ da dividersi per $\frac{3}{5}$, Il divisore si concepisca rovesciato, e così inteso, le frazioni si moltiplichino, come nel caso primo della moltiplica, e 'l prodotto $\frac{10}{9}$ sarà il quoziente, che si riduca ad intero.

2. *Dividere l' intero del rotto; o pure il rotto per lo intero.* All' intero si sottoscriva l' unità in forma di fratto semplice, ed indi si operi con rovesciare sempre il divisore.

$$4 \frac{2}{5} = \frac{26}{2} = 10$$

$$\frac{5}{7} . 4 \frac{5}{28}$$

Sia per primo esempio da dividersi 4 interi per $\frac{2}{5}$. Si riduca l' intero a fratto semplice pel quarto problema, ed indi divisore $\frac{2}{5}$ si rovesci, e fatta poi la moltiplica, avremo per quoziente $\frac{20}{2}$ che si riduca ad intero pel terzo problema. Sia per secondo esempio da dividersi $\frac{5}{7}$ per 4 interi. Si riduca l' intero a fratto semplice, e come divisore si rovesci, ed indi si operi, e sarà $\frac{5}{20}$ il quoziente.

3. *Dividere lo intero e rotto pel rotto, o pure per lo intero.* All' intero semplice si sottoscriva l' unità in forma di fratto, e l' intero col suo rotto si riduca ad un solo rotto, e rovesciando il divisore, si operi,

$$4\frac{2}{3} . \frac{4}{6} \text{ sono } \frac{14}{3} . \frac{4}{6} = \frac{84}{12} = 7$$

$$6\frac{2}{7} . 3 \text{ sono } \frac{37}{7} . 3 = \frac{37}{21} = 1\,\frac{16}{21}$$

Sia per primo esempio da dividersi $4\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{6}$ L' intero e rotto si riduca ad un solo rotto $\frac{14}{3}$ pel settimo ploblema, e rovesciando il divisore, si operi, ed avremo $\frac{84}{12}$ per quoziente. Nel modo istesso si eseguisce il secondo esempio, con ridurre a rotto semplice l' intero 3 divisore

4. *Dividere l' intero e rotto per l' intero e rotto.* Ogni intero col suo rotto si riduca ad un solo rotto, ed indi si operi nel modo esposto.

$$4\,\frac{3}{5}.\ 3\,\frac{5}{7}\ \text{sono}\ \frac{23}{5}\ \frac{26}{7} \text{———} \frac{161}{130} \text{———} 1 + \frac{31}{130}$$

Sia da dividersi $4\,\frac{3}{5}$ per tre $\frac{5}{7}$. Ciascheduno di questi termini si riduca ad un solo rotto pel settimo problema, ed avremo $\frac{25}{5}$ e $\frac{76}{7}$ Il divisore si rovesci, e fatta poi l' operazione, avremo $\frac{161}{230}$ per quoziente.

All' uso mercantile. Differisce la pratica mercantile dalla geometrica nel secondo, e terzo caso. Quindi nel secondo caso, sia da dividersi 10 ducati per $\frac{2}{3}$. Si moltiplichi il 10 pel denominatore 3, e 'l prodotto 30 si divida pel numeratore 2, il quoziente 15 sarà il numero richiesto.

Nel terzo caso, sia da dividersi 8 ducati per 3, e $\frac{2}{3}$. Il divisore 3, e $\frac{2}{3}$ si riduca ad un solo rotto, ed avremo $\frac{11}{3}$. Indi l' intero 8 si moltiplichi per denominatore 3, e 'l prodotto 24 si divida pel numeratore 11, e 'l numero 2, e $\frac{2}{11}$ sarà il quoziente ricercato.

La prova di ciascheduna di queste quattro operazioni de' rotti, vale a dire, la somma, la sottrazione, la moltiplica, e la divisione è la stessa di quella degl' interi, ma operata all' uso de' rotti, come quì abbiamo esposto.

CAPO IV.

LE REGOLE

§ I.

IL TRE SEMPLICE DIRETTO

La regola del Tre semplice diretto è quando dati tre numeri si cerca il quarto proporzionale. Di questi tre numeri dati due sono di specie simile, e l' altro sebbene di specie diversa, è però di specie simile al quarto proporzionale, che si cerca. I tre numeri dati si scrivono così: I due di specie simile si mettono uno a destra, e l' altro a sinistra, ed in mezzò di questi il numero corrispondente al quarto. Avvertasi intanto, che a sinistra, o sia in primo luogo si deve mettere uno di que' due, il quale produce, o è prodotto da quello, che si pone nel mezzo, ed in terzo luogo quello, che produce, o è prodotto dal quarto, che si cerca.

Quando la regola del Tre è diretta, vi sono fra i suoi quattro numeri le seguenti due proporzioni. *Siccome il primo numero è maggiore, o minore del secondo, nella stessa proporzione il terzo sarà maggiore, o minore del quarto.* L' altra è: *Siccome il primo è maggiore o minore dal terzo, nella stessa proporzione il secondo sarà maggiore o minore del quarto.* Finalmente per ritrovare il quarto numero proporzionale, si deve moltiplicare il secondo pel terzo, e 'l prodotto dividerlo pel primo. Il quoziente, che nasce sarà il quarto proporzionale. Intanto nella regola del Tre semplice diretta possono accadere tre casi generali.

1. *Eseguire la regola del tre con numeri interi.* Si moltiplichi il secondo pel terzo, e 'l prodotto si divida pel primo; il quoziente sarà il quarto proporzionale.

capitale	*guadagno*	*capitale*	*guadagno*
25	4	60	$9\frac{3}{5}$
		4	
$9\frac{15}{25}$		240	
		225	
		15	

Se un capitale di 25 ha reso 4; un capitale di 60 cosa mai renderà. Si moltiplichi il secondo

numero 4 pel terzo 60, e 'l prodotto 240 si divida pel primo 25, il quoziente $9 \frac{15}{25}$ sarà il quarto proporzionale, o sia il guadagno proporzionato al 60.

La prova di questa regola è, che moltiplicato il secondo pel terzo, il prodotto deve essere uguale al prodotto della moltiplica del primo pel quarto. In fatto $6 \times 4 = 240$ e $25 \times 9 = 225 +$ il residuo $15 = 240$.

2. *Eseguire la regola del tre con numeri rotti.* Si moltiplichi il secondo rotto per terzo, e 'l prodotto si divide pel primo, e la frazione nata sarà il quarto proporzionale.

cap.	*guad.*	*cap.*	*guad.*
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{16}$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{2} = \frac{9}{16}$$

Se $\frac{2}{3}$ di un capitale diano $\frac{1}{2}$ di guadagno, cosa mai daranno. Si moltiplichi il secondo termine $\frac{1}{2}$ pel terzo $\frac{3}{4}$ e 'l prodotto $\frac{3}{8}$ diviso per primo $\frac{2}{3}$, il quoziente $\frac{9}{16}$ sarà il quarto proporzionale. In fatti moltiplicando il secondo pel terzo, avremo $\frac{3}{8}$, e moltiplicando il primo pel quarto, avremo $\frac{18}{48}$, o sia $\frac{5}{8}$ ridotto a minimi termini.

3. *Eseguire la regola del tre con numeri interi e rotti.* Ciascheduno intero col suo rotto si riduca ad un solo rotto, ed indi si operi nel modo esposto.

cap.	*guad.*	*cap.*	*guad.*
$5\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$8\frac{2}{3}$	$7\frac{14}{55}$

$$\frac{10}{4} \times = \frac{798}{20} \cdot \frac{11}{2} = \frac{1506}{200} = 7\frac{14}{55}$$

Se $5\frac{1}{5}$ di capitale han reso $4\frac{3}{4}$ di guadagno, cosa daranno 8, di capitale. Per eseguire la regola, ogni intero col suo rotto si riduca ad un solo rotto pel settimo problema. Quindi moltiplicando il secondo $\frac{19}{4}$ pel terzo $\frac{42}{5}$, il prodotto $\frac{798}{20}$ si divida pel primo $\frac{11}{7}$, e 'l quoziente $\frac{3596}{270}$ o sia $7\frac{14}{55}$ sarà il quarto proporzionale. In fatti moltiplicando il secondo $\frac{19}{4}$ pel terzo $\frac{47}{5}$ avremo $\frac{198}{20}$ ed indi il primo $\frac{11}{2}$ pel quarto $\frac{1596}{226}$ avremo $\frac{79}{29}$ ridotto a minimi termini.

§ II.

Il Tre Composto Diretto.

La regola del tre composta diretta è quando al primo, ed al terzo numero vi si unisce qualche circostanza espressa anche in numeri, per cui di tre numeri, diventano cinque. Per ritrovare dunque il sesto proporzionale, egli è mestieri, che di cinque numeri, diventino tre numeri, o farla divenire regola semplice. Per ottenere questo, si moltiplichi il primo numero per la sua circostanza, e 'l terzo anche per la sua, ed in questo modo da regola composta di cinque, si riduce a semplice di tre numeri. Eseguita questa preparazione, si ritrovi il quarto proporzionale secondo la regola dinanzi esposta.

cap. tempo	*guad.*	*cap. tempo*	*guad.*
8 × 3	2	6 × 2	2
24	2	12	
1			
		2	
		24	

Se un capitale 8 per 3 mesi hanno dato 2. di guadagno, un capitale 6 in 2 mesi quanto darà. Il primo capitale 8 si moltiplichi per 3 sua cir-

costanza, ed avremo 24. Indi l' altro capitale 6 si moltiplichi per 2 sua circostanza, ed avremo 12. Fatto questo diremo: Se 24 han reso 2, il numero 12 cosa renderà. Fatto il calcolo secondo abbiamo esposto nella regola antecedente, ritroveremo 1 per quarto proporzionale.

La prova è la medesima dell' antecedente. Avvertiamo intanto, che questa regola può eseguirsi co' rotti ancora, e va operata nel modo, che noi abbiamo esposto nella regola antecedente.

§. III.

Il Baratto

Quando due Negozianti si permutano le mercanzie senza denaro contante, dando solo la valuta alle medesime, allora succede il *Baratto*. Ben si capisce, che la valuta, che si dà alle mercanzie di baratto è sempre maggiore di quella, che valerebbe, se si vendesse a denaro contante. Sieno due Negozianti de' quali uno abbia lana, che ha danaro contante venderebbesi a ragione di 30 ducati il cantaro, ma dovendosi barattare, la valuta per 36 il cantaro. L' altro tiene frumento, che vendendosi a denaro contante valerebbe 50 ducati il carro, ma dovendosi barattare colla lana, deve valere di più. Si cerca

quanto valore deve darsi al frumento relativamente alla lana nel caso di baratto. E dopo di aver veduta sì fatta valuta, si vuol sapere quanta lana deve darsi in proporzione di una data quantità di frumento. Qnindi nella regola di baratto possono accadere due casi generali.

1. *Trovare la proporzione del baratto.* Per risolvere questo primo caso, egli fa uopo di servirsi della regola del tre diretta.

a cont.	*a bara.*	*a cont.*	*a bara.*
lana 30	36	frume. 50	60

Posto, che la lana valga 30 docati il cantaro a denaro contante, ed a baratto ne vale 36; ed il frumento 50 docati il carro a denaro contante. Si vuol sapere quanto deve valere a baratto il frumento in proporzione della lana. Si dica così: La lana a contante vale 30, a baratto 36, il frumento a contante vale 50, a baratto quanto deve valere. Quindi moltiplicato il secondo 36 pel terzo 50, il prodotto 1800 diviso pel primo 30, darà 60 per quoziente, che è il quarto proporzionale, e la valuta in baratto del frumento a proporzione della lana.

2. *Trovare la quantità del baratto.* Dopo di aver trovata la proporzione di valore di due mercanzie, che si barattano, si cerca poi di sapere

quanta quantità di una mercanzia deve darsi a proporzione di un' altra quantità di mercanzia, che si offerisce. Dopo di aver veduto, che nel caso di baratto la lana vale 36 ducati il cantaro, ed il frumento ne vale 60 il carro, si vorrebbe con 70 tomoli di frumento ricevere la proporzionata quantità di lana. Si cerca dunque per 70 tomoli di frumento quanta lana deve consegnarsi. Per risolvere questo caso, bisogna prima vedere li 70 tomoli frumento quanto valgono secondo la valuta del baratto.

tomoli	*ducati*	*tomoli*	*ducati*
36	60	70	$116 \frac{2}{3}$

Se 1 carro, o sia 36 tomoli valgono 60 ducati, li 70 tomoli quanto valeranno. Fatto il calcolo colla regola del tre, si troverà che valgono $116 \frac{2}{3}$ ducati. Fatto questo, per trovare poi la proporzione della lana, che deve conseguarsi per equivalente, si faccia la seconda operazione.

ducati	*lana*	*ducati*	*lana*
36	100	116	$334 \frac{8}{108}$

Se con 36 ducati si hanno 100 rotoli di lana, con $116 \frac{2}{3}$ ducati quanti rotoli di lana si avran-

no. Fatto il calcolo colla regola del tre, avremo per quoziente 334 $\frac{8}{108}$ rotoli di lana, i quali sono gli equivalenti li 70 tomoli di frumento.

La prova di tutte queste operazioni è la stessa della prova della regola del tre, come abbiamo esposto al suo luogo.

Alle volte accade, che nella permuta delle mercanzie non si faccia tutto a baratto, ma qualche cosa del prezzo si faccia anche a denaro contante. In questo caso la somma di denaro contante stabilita, come la metà, il terzo, il quarto, si tolga della valuta in contante, e dalla valuta in baratto della prima mercanzia, e co' residui si trovi il valore proporzionale all' altra mercanzia, che si riceve. Così nell' esempio antecedente se si voglia barattare lana con frumento, dando il valore alla prima di 30 ducati il cantaro a contante, e di 36 a baratto, colla condizione di ricevere il terzo in denaro contante; mentrechè il frumento vale 50 ducati in contante, si cerca quanto valore debba darsi in baratto al frumento.

Per eseguir tutto questo, poichè si vuole il terzo in contante, così si tolga 10 da 30, e resta 20, e si tolga anche 10 da 36, e resta 26. Fatto questo, si dica. Se 20 in contante danno 26 in baratto, quanto si debba valutare 50 in baratto. Fatto il calcolo colla regola del tre, si

trova, che il frumento debba valutarsi 65 ducati in baratto, e con questo prezzo si possono risolvere li casi del secondo problema.

tomoli	*ducati*	*tomoli*	*ducati*
36	65	70	126 $\frac{7}{15}$

Se 1 carro, o sieno 36 tomoli valgono 65 ducati, li 70 tomoli, che si vogliono dare quanto valeranno, dovendosi dare il terzo in contante. Fatto il calcolo si troverà, che valgono 126 $\frac{7}{18}$ ducati. Fatto questo, per trovarc poi la proporzione della lana, che deve consegnarsi per equivalenti, si faccia la seconda operazione.

ducati	*lana*	*ducati*	*lana.*
26	100	126 $\frac{7}{17}$	486 $\frac{13}{117}$

Se con 26 docati si hanno 100 rotoli di lana, con docati 126 $\frac{7}{17}$ quanti rotoli di lana si avranno: Fatto il calcolo colla regola del tre, avremo per quoziente 486 $\frac{13}{117}$ rotoli di lana, i quali sono gli equivalenti per li 70 tomoli di frumento, de' quali debba darsi il terzo del valore in denaro contante. Quindi del valore del fru-

mento 126 $\frac{7}{18}$ se ne prenda il terzo in contante 47 $\frac{7}{54}$ docati, e de' tomoli 70 se ne prendono due terzi 46 $\frac{2}{5}$ tomoli, e co' medesimi si avrà la quantità della lana richiesta.

§. IV.

Il Tre semplice inverso.

La regola del Tre semplice inversa è quando dati tre numeri si cerca il quarto proporzionale. Intanto la differenza, che passa tra la diretta, e la inversa consiste in due punti; il primo è, che nella inversa l' oggetto principale della questione non si scrive in numeri, ed il secondo punto è, che il quarto numero proporzionale non osserva quella stessa proporzione col secondo, come il terzo col primo. Quindi nella regola del Tre inversa si deve stabilire questa proporzione. *Siccome il primo numero è maggiore, o minore del terzo, così il quarto deve essere maggiore, o minore del secondo.* Intanto per ritrovare il quarto numero, si moltiplichi il primo pel secondo, e 'l prodotto si divida pel terzo; ed il quoziente sarà il quarto proporzionale.

mesi	*soldati*	*mesi*	*soldati*
3	1500	6	750
	×3		
3	4500		
750			

Se con una data quantità di vettovaglia si sono alimentati per tre mesi 1500 soldati, colla istessa quantità di vettovaglia per 6 mesi quanti soldati si potranno alimentare. In questo esempio si scorge, che l' oggetto principale della questione, vale a dire, la vettovaglia, non si scrive; e poi il quarto numero è minore del secondo, quantunque il terzo sia maggiore del primo. Per eseguir questo esempio, si moltiplichi primo 3 pel secondo 1500, e 'l prodotto 4500 si divida pel terzo 6. Il quoziente 750 sarà il quarto proporzionale. La prova è, che moltiplicando il primo pel secondo, il di loro prodotto deve essere uguale al prodotto della moltiplica del terzo pel quarto. In fatti $3 \times 1500 = 4500$ e poi $6 \times 750 = 4500$.

Il Tre composto inverso

La regola del Tre composta inversa è quando al primo, ed al terzo numero vi si unisca qualche circostanza espressa anche in numeri, ed in questo modo di tre numeri diventano cinque. Acciò poi si trovi il sesto proporzionale, è necessario di moltiplicare tra di loro i tre numeri di sito sparo, che sono il primo, il terzo, ed il quinto, e 'l prodotto sarà il dividendo. Indi si moltiplichino tra di loro i due numeri di sito paro, che sono il secondo, ed il quarto, e 'l prodotto sarà il divisore. Il quoziente, che ne nasce sarà il sesto proporzionale.

Sold.	*Tom.*	*Giorn.*	*Sold.*	*Tom.*	*Gior.*
25	9	12	75	8	$3 \times \frac{5}{9}$

$25 \times 12 \times 8 = 2400$ dividendo

$9 \times 75 = 675$ divisore

$3 + \frac{5}{9}$ quoziente

In questo esempio sebbene l' oggetto principale sia espresso in numeri, la proporzione de' termini non è simile alla regola diretta. Quindi se 25 soldati hanno consumati 9 tomoli in 12 giorni, si cerca 75 soldati in quanti giorni consumeranno 8 tomoli. Questa regola si eseguisce così: Si moltiplichi il primo termine 25 col terzo 12; e poi col quinto 8, e 'l prodotto 2400 sarà il numero dividendo. Inoltre si moltiplichi il secondo termine 9 col quarto 75, e 'l prodot-

to 675, sarà il divisore. Si eseguisca finalmente la divisione con questi due prodotti, ed il quoziente, che nasce $= 3 + \frac{3}{9}$ rappresenta il sesto numero proporzionale.

§. VI.

La Compagnia Semplice

La Regola di Compagnia semplice è quando dati due, tre, o più capitali posti in comune, e colla somma de' medesimi si sia fatto un guadagno, o una perdita, si vuol sapere di questo guadagno o perdita quanto ne spetti a ciascheduno proporzionatamente al suo capitale. Per eseguir tutto questo, fa uopo prima sommare tutti i capitali, e poi istituire tante regole del tre semplici dirette, per quanti sono i Socj nel capitale, ponendo sempre per primo termine la somma intera de' capitali, pel secondo il guadagno, o perdita intera, e per terzo ad uno ad uno i respettivi capitali. Il quarto termine, che in ogni operazione si ritrova, sarà il proporzionale al capitale posto in terzo luogo.

	Capit.	*Guad.*	
A . . .	60	200	
B . . .	80	Se 240 han reso 200 . .	60 ? 50
C . . .	100		80 ? 66 $\frac{2}{3}$
	240		100 ? 83 $\frac{1}{3}$
			200

Se tre Negozianti A, B, C han posto in comune 240 ducati, in maniera però; che A abbia posto 60, B abbia posto 80, e C abbia posto 100, e con questi uniti insieme si sieno guadagnati 200 ducati. Si cerca sapere quanto spetti di guadagno a ciascheduno proporzionalmente al suo capitale. Per eseguir questa regola si faccia così. Si sommino tutti i capitali, come quì 240, e poi si facciano tre regole del tre semplici dirette, perchè tre sono i Socj. Si dica dunque; Se 249 hanno reso 200, cosa mai renderà 60. Fatto il calcolo si trova per A la parte 50. Inoltre se 240 han reso 200, cosa darà 80. Fatto il calcolo si trova per B la porzione $66 \frac{2}{3}$ Finalmente se 240 han reso 200, cosa renderà 100. Fatto il calcolo, avremo per C la parte $83 \frac{1}{3}$. Per vedere se sia bene operato, bisogna sommare tutti i respettivi guadagni, e questa somma deve essere uguale all'intero guadagno. In fatti $50 + 66 \frac{2}{3} + 83 \frac{1}{3} = 200$. Avvertiamo intanto, che questa regola di semplice compagnia, come tutte le altre seguenti possono eziandio eseguirsi co' semplici rotti, o pure con interi, e rotti, come si è praticato nella regola del tre.

§ VII.

La Compagnia composta

La Regola di Compagnia composta differisce dalla semplice, perchè ad ogni capitale vi si unisce la sua circostanza. Quindi è, che per eseguire la regola bisogna ridurre il tutto a Compagnia semplice con moltiplicare ogni capitale per la sua circostanza, ed in questo modo da regola composta diverrà semplice, ed indi si operi nella maniera esposta antecedentemente.

	capi.		*mesi*			*guad.*
A.	20	×	4	=	80.	60
B.	15	×	7	=	105.	
C.	40	×	3	=	120.	
					305	

Se 305 han reso 60.	80 ?	$15 \frac{4}{62}$
	105 ?	$20 \frac{40}{61}$
	120 ?	$23 \frac{3}{61}$
		60

Sieno tre Negozianti, che abbiano posti ciascheduno diverso capitale, e per un tempo anche differente, in maniera che A abbia posti 20 ducati per 4 mesi, B abbia posti 15 per 7 mesi, e C abbia posti 40 per 3 mesi, e che poi uniti insieme abbiano guadagnato 60. Si cerca di

sapere quanto spetti a ciascheduno proporzionatamente al suo capitale, ed al tempo. Per eseguire la regola, ciascheduno capitale si moltiplichi per la sua circostanza, ed avremo così tre numeri, che sono 80, 105, 120, i quali sommati fanno 305, che sarà il primo termine della regola del tre, e la società da composta sar à divenuta semplice, ed opereremo così. Se la somma 305 danno 60, cosa darà 80, poi cosa darà 105, e finalmente cosa darà, 120 e noteremo tutti i quarti proporzionali, e sarà eseguita la regola.

La prova di questa regola è la medesima della semplice, poichè i tre respettivi guadagni sommati insieme debbono essere uguali al guadagno totale. In fatti $15 \frac{45}{62}$, X $20 \frac{40}{61}$, + $23 \frac{37}{61}$, sono presi insieme = 60, che rappres enta il guadagno intero.

§. VIII.

L' ALLEGAZIONE SEMPLICE

La regola di allegazione semplice è quando due prezzi differenti di qualunque merce si paragonano con un prezzo medio. Quindi avviene, che de' due prezzi uno deve essere per necessità sempre minore, l' altro sempre maggiore del prezzo medio, altrimenti la regola non è eseguibile. Dato dunque la quistione da risolversi, si

paragoni il prezzo medio con ciascheduno de' due prezzi differenti, e le differenze ritrovate si notino con legge tale, che la prima si ponga al lato del prezzo secondo, e la seconda a lato del prezzo primo. Finalmente si sommino le differenze, e questa somma sarà il denominatore comune di due frazioni, i cui numeratori saranno le differenze ritrovate.

	primo prezzo		differ.
prezzo medio	*cannella car.*	6.	. $1\frac{1}{7}$
carlini	8		= 1 *lib.*
	secon. prezzo		
	garof. carl.	9.	. $2.\frac{2}{3}$
			3

Una libbra di cannella costi 6 carlini, una libbra di garofani costi 9 carlini; intanto con 8 carlini si vuole il peso di una libbra, parte di cannella, e parte di garofani. Si cerca sapere, quanto ne spetti di cannella, e quanto di garofani. Il prezzo medio 8 si noti a sinistra, i prezzi differenti 6, e 9 si notino verticalmente. Indi si trovi la differenza del medio 8 col primo 6, e ritrovata 2 si noti a lato di 9: poi la differenza del medio 8 col secondo 9, e ritrovata 1 si noti a lato di 6. Si sommino queste differenze, e si trova 3. Questo numero sarà il denominatore comune delle due frazioni $\frac{1}{3}$, e $\frac{2}{3}$, i cui numera-

tori sono le differenze ritrovate. Quindi di cannella se ne avrà $\frac{1}{2}$, e di carofani $\frac{1}{3}$ di libbra.

La prova di questa operazione è la somma delle due frazioni, le quali debbono fare una libbra. In fatti $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 1$.

§. IX.

L' ALLEGAZIONE COMPOSTA

La regola di allegazione composta è quando con un prezzo medio si paragonano tre, quattro, cinque, sei, o più prezzi differenti. Di questi prezzi però uno deve essere sempre maggiore, e gli altri semplici minori del prezzo medio. Per ritrovare poi le differenze si paragoni il medio col maggiore, e la differenza si noti a lato del primo, poi si paragoni il medio col primo, e la differenza si noti a lato del maggiore; indi si paragoni il medio di nuovo col maggiore, e la differenza si noti a lato del secondo; poi il medio col secondo, e la differenza si noti a lato del maggiore. Paragonando dunque il medio sempre col maggiore, e co' respettivi minori tante volte quanti sono i prezzi, si avranno così tutte le differenze. Queste differenze poi sommate daranno il denominatore comune di tante frazioni, quanti saranno i prezzi differenti, i cui numeratori saranno le differenze istesse. Avvertiamo intanto, che il numeratore della frazione spettante

al prezzo maggiore sarà la somma delle differenze notate al suo lato. In tutto il resto si opera nel modo esposto della semplice allegazione.

	4	6	= 6	$\frac{6}{35}$
	6	6	= 6	$\frac{6}{35}$
12	9	6	= 6	$\frac{6}{38}$ = 1
	18	8 6 . 3 .	= 17	$\frac{17}{35}$
			85	

Sia 12 un prezzo medio, i prezzi minori sieno 4, 6, 9, e 'l prezzo maggiore sia 18. Si cerca col prezzo medio avere un intero composto da' prezzi differenti dati. Si trovi la differenza in primo luogo tra il medio 12, e 'l maggiore 18, ed essendo 6, si noti a fianco di ciaschedun prezzo minore. Indi si trovi la differenza tra il medio 12, e 'l primo minore 4, ed essendo 8, si noti a lato del maggiore; di poi si trovi la differenza col secondo minore, ed essendo 6, si noti anche a lato del maggiore; finalmente si trovi la differenza col terzo minore, e la differenza 4 si noti anche a lato del maggiore. Fatto questo, si sommino le differenze, che sono a lato del maggiore, ed avremo per ciaschedun prezzo le corrispondenti differenze 6, 6, 6, 17, le quali sommate insieme fanno 35, che sarà i denominatore comune a tante frazioni, quanti

sono i prezzi differenti, i cui numeratori saranno le differenze ritrovate. La prova di questa regola è, che la somma di tutte le frazioni fanno un intero.

§. X.

Il falso semplice

La regola del falso semplice è quando mediante un numero falso arbitrario si arriva a conoscere il numero vero; che si cerca.

Data dunque una quistione di tre, o quattro parti, si dia alla prima parte sempre 1, ed alle altre a proporzione del quesito; indi si sommino, e ne nasce il numero falso del falso dato 1: finalmente si faccia una regola del tre semplice diretta, ponendo per primo termine la somma falsa, per secondo il primo dato anche falso, e per terzo il vero dato: il quarto proporzionale darà il primo termine vero, secondo il quale si regoleranno gli altri secondo la quistione.

	uomini	età		
	A. 1 dato falso.	90. A.	A.	10 dato vero
dopo. di A.	B. 2		B.	20
trip. di B	C. 6		C.	60
	9 età falsa			90 età vera.

2

Se 9 falsa somma nasce da 1, donde nasce 90? sarà 10 Sieno tre uomini A, B, C, e gli anni di tutti tre presi insieme sieno 90 colla condizione, che qualsivoglia età abbia A, il se-

condo B abbia il doppio di A, e C il triplo di B. Si cerca sapere quanta sia l' età di A, di B, e di C. Per saperla, si operi nel modo seguente. Si dia ad A un numero arbitrario qualunque, e sia 1 anno, B ne dovrà avere 2, e C ne avrà 6. Sommati insieme fanno 9, e perchè non è la vera età che si cerca, si faccia una regola di tre dicendo così. Se 9 anni falsa età, sono nati da 1 anno primo dato falso, 90 anni vera età da qual numero uscirà. Fatto il calcolo, si avrà 10 anni per A, e per conseguenza B dovrà averne 20, e C ne avrà 60 anni.

La Prova di questa regola è, che la somma delle età rispettive ritrovate debbano essere uguali alla data età. In fatti 10 + 20 + 60 = 90. Avvertiamo intanto, che questa regola può eseguirsi anche co' rotti.

§. XI.

Il falso doppio

La regola del falso doppio è quando alla proporzione de' numeri proposti vi si aggiunga qualche altro numero di più, ed in questo modo si può distinguere dalla regola semplice. In ogni quesito di questa natura dunque, bisogna fare due posizioni, o sieno due dati falsi, i quali daranno due numeri esprimenti la quistione ambidue falsi. Questi due numeri sottratti separatamente dal numero dato in questione, daranno

due differenze, che si dicono *errori*, i quali siccome possono essere relativamente al dato numero, o ambidue in *meno*, o in *più*, o sieno *simili*: o pure possono essere uno in *meno*, e l' altro in *più*, o sieno *dissimili*, così ne possono avvenire due casi generali.

1. *Quando gli errori sieno simili.* Quando gli errori saranno simili, vale a dire, o ambidue in meno, o ambidue in più, si opera nel modo seguente. Si moltiplichino i due errori reciprocamente colle due posizioni, di questi due prodotti se ne prenda la differenza, sottraendo il minore dal maggiore, e questa differenza si divida per la differenza degli errori. Il quoziente sarà la prima posizione vera, secondo la quale si formeranno le altre a proporzione delle date condizioni.

età data anni.

	A 1.pr.pos.fal.	2.sec.pos.fal.	5.pos.vera
dop. di A+2.B	4	6	12
A+B+4.C.	10	12	21
	14	20	38 età vera
	errore — 24	errore — 18	

pos. sec. 2 × 24 = 48   err. — 24
pos. pri. 1 × 18 = 18   err. — 18

differ. 30   differ. 6

6 | 30

5 quoziente

Sieno tre persone, le cui età prese insieme facciano 38 anni, in maniera però, che qualsi-

voglia età abbia A; l' età di B sia doppia di A con 2 anni di più, è C abbia l' eta di A, e di B pres' insieme con 4 anni di più. Si cerca quanta sia l' età di ciascheduno. Si dia 1 anno ad A: l' età di B a proporzione sarà 4, e di C sarà 9. Sommato insieme fanno 14 anni, falsa età, la quale sottratta da 38 darà l' errore in meno 24. Di nuovo si dieno 2 anni ad A, per cui B ne avrà 6, e C ne avrà 12: sommati fanno 20, anche falso numero, e sottratto da 38, darà l' errore in meno 18. Fatto questo si moltiplichi il primo errore 24 per la seconda posizione 2, e si avrà il prodotto 48. Poi si moltiplichi il secondo errore 18 per la prima posizione 1, e sarà 18 il prodotto. La differenza tra questi due prodotti 48, e 18 sarà 30; e la differenza tra i due errori 24, e 18 sarà 6. Quindi si divida la differenza 30 de' due prodotti per la differenza 6 de' due errori, e 'l quoziente 5 sarà il numero vero, che compete ad A, e per conseguenza 12 a B, e 21 a C. La prova è, che sommati questi numeri sono uguali al dato. In fatti $5 + 12 + 21$ sono $= 38$.

2. *Quando gli errori sieno dissimili.* Quando gli errori sieno dissimili, vale a dire, uno in più, e l' altro in meno, in questo caso l' operazione varia in due punti. Il primo è che gli errori in vece di sottrarsi, solamente si sommino. Il secondo, che i prodotti della moltiplica reciproca degli errori colle false posizioni, parimente si som-

mino. La somma di queste due moltipliche sarà il dividendo, e la somma de' due errori sarà il divisore. In tutto il resto si opera nel modo descritto. Avvertiamo intanto, che quando per prima posizione si mette 1, e per la seconda si pone un numero grande, allora degli errori sarà uno in meno, e l' altro in più, come si vede dall' esempio seguete.

età data 90 anni

	A. 1.pri.pos.	20.sec.pos.	8.pos.vera
dop. di A + 4. B.	6	44	20
trip. di B + 2. C.	20	134	62
	27	198	90 età vera
	err. − 63	err. + 108	

20 × 63 = 1260   63
1 × 108 = 108   108

1363 som. delle mol. 171 som. degli er.

171) 1368

8 quoziente

Sieno tre persone, l' età delle quali prese insieme facciano 90 anni, in maniera però che A abbia qualsivoglia età, e B ne debba avere il doppio con 4 di più, e C il triplo di B con 2 di più. Si cerca di sapere l' età di ciascheduno: Si dia ad A l' età di 1 anno, B ne avrà 6, e C ne avrà 20, le quali sommate insieme fanno 27 falsa età, per cui sottratto questo 27 da 90 avremo l' errore in meno 63. Inoltre per la secon-

da posizione, sia A di 20 anni, B sarà di 44, e C di 134, i quali sommati fanno 198, da' quali sottratto 90, avremo l' errore in più di 108. Fatto questo, si moltiplichi il primo errore 63 per la seconda posizione 20, ed avremo il prodotto 1260; poi il secondo errore 108 per la prima posizione 1, ed avremo l' altro prodotto 108. Si sommino questi due prodotti; ed il numero 1368 sarà il dividendo. Si sommino i due errori, e la somma 171 sarà il divisore. Si faccia la divisione, e 'l quoziente 8 sarà la prima posizione vera per A, e per B sarà 20, e per C sarà 62. La prova è, che sommati questi numeri, debbono essere uguali al vero dato. In fatti 8 X 20 X 62 sono = 90

Per lo più suole accadere, che il quoziente, o sia la prima posizione vera viene accompagnata dalla frazione, ed in questo caso le parti susseguenti debbono essere anche accresciute a proporzione del fratto. Finalmente quest' ultima regola può eseguirsi con soli rotti, e con interi e rotti; come ognuno può comprendere, da se stesso porre in esecuzione.

CAPO V.

LE POTENZE

§. I.

Definizioni

Se un numero qualunque si moltiplichi per se stesso, come $4 \times 5 = 16$, in questo caso il 4 si dice *radice*, o sia *prima potenza*, ed il 16 si dice *radice*, di 4, o sia *seconda potenza*. Se il quadrato 16 si torni a moltiplicare per la sua radice 4, come $16 + 4 = 64$ questo numero 64 si dice *cubo* di 4, o sia *terza potenza*. Di qui avviene, che il 4 relativamente al suo quadrato 16 si dice *radice quadrata*, e relativamente al suo cubo 64 si dice *radice cubica*. Il quadrato dunque, ed il cubo saranno le due potenze, di cui noi esporremo le regole; giacchè di queste sole vi è il bisogno nella pratica, e di tutte le altre potenze, come la quarta, la quinta, ed altro simile saranno da noi trascurate.

Da questo esposto principio chiaramente appare che per avere il quadrato di un numero, egli fa uopo di moltiplicare il numero per se stesso, considerato come radice; e per avere il cubo, bisogna moltiplicare lo stesso quadrato per la stessa radice. Nella sottoposta tavola vi sono i quadrati, ed i cubi de' primi dieci numeri.

Radici	*Quadrati*	*Cubi*
1	1	1
2	4	3
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

Il maneggio delle potenze consiste in due punti generali. Il primo è facilissimo ad eseguirsi, ed è quando si dia un numero qualunque, e del medesimo si voglia il quadrato o il cubo. Non con pari facilità si ottiene il secondo punto, il quale accade, quando si dia un numero qualunque considerato come quadrato, o come cubo, e del medesimo se ne voglia sapere la sua radice o quadrata, o cubica.

Quindi estrarre da un numero dato preso come quadrato o cubo la sua radice quadrata o cubica, altro non significa; che ritrovare un numero, il quale moltiplicato per se stesso si uguagli al dato numero. Il segno $\surd$ significa radice in generale. Così $\sqrt[2]{64} = 8$, e $\sqrt[3]{64} = 4$, vuol dire, la radice quadrata, o sia della seconda potenza 64 è 8, e la radice cubica, o sia della terza potenza dello stesso 64 è 4.

Finalmente ogni numero può essere radice di qualsivoglia potenza, ma non ogni numero considerato come potenza, può avere la sua legittima radice. Così il quadrato di 4 è 16, ed il quadrato di 5 è 25. Questi due quadrati hanno la di loro esatta radice, che è 4 per 16, e 5 per 25; ma i numeri intermedj 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, e 24 non hanno esatta radice, perchè la di loro radice è sempre più di 4, e sempre meno di 5. Quindi avviene, che quando di un numero preso come quadrato o cubo, noi troviamo una radice espressa con soli interi senza residuo, e frazione, allora si dice *radice vera*: ma quando la radice sarà formata dagl' interi e fratti si dice *radice prossima*. Donde appare, che la radice prossima non esprime la esatta radice della sua potenza: per cui questa pratica dell' Aritmetica è un poco imperfetta, non essendosi finoggi potuto dare un metodo esatto per le prossime radici.

§. II.

Il quadrato

Quando si abbia un numero qualunque, e dal medesimo si voglia estrarre la sua radice quadrata o vera se si può, o prossima, tre casi generali possono accadere.

1. *Estrarre da numero intero la radice quadrata.* Il numero dato si divida in parti, facendo così. L' ultima figura a destra si punteggi, poi

lasciandone sempre una, si punteggi la terza, indi la quinta, poi la settima, finchè si giunga all' ultima parte, la quale contiene una, o due figure. Dalla prima parte sinistra si trovi per mezzo della tavola esposta la sua radice quadrata o vera, o prossima, e si noti a sinistra. Di questa radice se ne formi il quadrato, il quale sottratto dalla prima parte, si noti il residuo. A questo residuo si accoppj l' altra parte; indi la radice si raddoppj, e questo numero raddoppiato dividerà il numero accoppiato col residuo, avvertendo però, che la figura notata col punto non entra nella divisione. Il quoziente ritrovato si unisca alla radice, ed al suo divisore; indi si moltiplichi questo divisore pel quoziente, e si sottragga dell' intero numero, e si noti il residuo, al quale accoppiando l' altra parte, e raddoppiando la intera radice si torni ad operare nel modo istesso, finchè sia finito tutto il numero.

$\sqrt[2]{}$	
432	186624
	. . . .
	16
83	266
	249
862	1724
	1724
	00 00

Sia da estrarsi la radice quadrata da 186624. Si punteggi il 4, poi il 6, indi l' 8, ed avremo il numero diviso in tre parti, per cui la radice sarà formata da tre figure. Dal 18 perchè non si può estrarre la radice vera, si ha la prossima 4, e si noti sotto il segno radicale. Si faccia il quadrato di 4, che sarà 16, il quale sottratto da 18; ne resta 2 di avanzo. Si cali a lato di questo avanzo l' altra parte 66, la quale unita al residuo fanno 266. La radice 4 si raddoppj, e sarà 8, la quale dividerà 26, non già 266, perchè l' ultima figura è punteggiata. E poichè 8 in 26 entra tre volte, questo 3 si scriva a lato della radice, ed a lato del suo doppio 8, e si fa 83, il quale moltiplicato pel quoziente 3, il prodotto 249 si sottragga da 266, e rimane l' avanzo 17. A questo si accoppj l' ultima parte 24, e divenuta il numero 1724, di cui solo 172 entra nella divisione per la ragione sopradetta. Finalmente la radice 43 si raddoppj, e si fa 86, divisore di 172, e perchè ci entra 2 volte, così questo 2 si noti a lato della radice 43 e del suo doppio 86, e si farà 862, il quale moltiplicato pel quoziente 2, il prodotto 1724 si sottragga da 1724, e perchè non ci resta residuo, il numero ritrovato 432 sarà la radice vera.

La prova di questa operazione è, che la radice ritrovata moltiplicandosi per se stessa deve essere uguale al numero dato. In fatti 432 X 432 = 186624.

L' esempio proposto è stato per un numero effettivamente quadrato, per cui si è ottenuta la radice vera; ma quando accade un numero, che non sia quadrato, allora la radice sarà prossima, che sarà sempre l' intero colla frazione, e veggiamo ciò accadere quando nell' ultima divisione ci resta un residuo. In questo caso il residuo si noterà in forma di fratto a lato della radice con legge tale, che il residuo sarà il numeratore, e 'l denominatore sarà il doppio della radice ritrovata. Che se poi il residuo fosse maggiore della radice, allora il doppio si cresca di una sola unità.

$$\sqrt[2]{\ } \quad 12+\frac{10}{24} \qquad\qquad 154$$

$$54$$

$$22 \qquad\qquad\qquad 10$$

Sia da estrarsi la radice prossima da 154 che non è un numero quadrato. Si prepari il numero co' soliti punti al 4, ed all' 1, ed indi si dica: La radice di 1 è 1, e si noti sotto il segno radicale. Si quadri questo 1, e sottratto da 1, non ci resta residuo. Si cali l' altra parte 54, e la radice 1 si raddoppj, e sarà 2. Si divida il 5 per 2, e 'l quoziente 2 si scriva a lato della prima figura radicale, ed a lato del suo doppio, e poi il 22 moltiplicato pel quoziente 2, il prodotto 44 si sottragga da 54; ed avremo l' ultimo residuo

10. Quindi a lato della radice 12 si metta la frazione, il cui numeratore sarà il residuo 10, e 'l denominatore 24 doppio della radice, ed avremo così $12\frac{10}{24}$ per la radice prossima del numero dato.

La prova è, che la radice moltiplicata per se stessa, e poi aggiuntovi il residuo, il prodotto deve essere uguale al numero dato. In fatti $12 \times 12 + 10 = 154$.

Quando accade, che le parti, che si calano non sono capaci di essere divise, allora si pone sempre zero a lato della radice, e del suo doppio, finchè calando le altre parti si possa fare la divisione.

$$\sqrt{}^{2} \quad 9002 + \frac{4253}{1800} \qquad 81040357$$

$$18002 \qquad \begin{array}{r} 81 \\ \hline 040357 \\ 36004 \\ \hline 4353 \end{array}$$

Sia da estrarsi la radice dal proposto numero. Si prepari co' soliti punti, ed indi si trovi la radice della prima parte 81, la quale essendo 9, si noti al segno radicale. Questa radice si quadri, e 'l prodotto 81 si sottragga da 81, e non ci rimane alcun residuo. Si cali l' altra parte 04, e la radice si raddoppj, e sarà 18, che fa l' of

ficio di divisore; e perchè 18 non entra in 04 perciò si scriverà zero nella radice, e zero nel suo doppio, ed avremo 180. Si cali l'altra parte 03, ed avremo 0403; e perchè 180 non entra in 040, perciò si scriva l' altro zero nella radice, e l' altro nel suo doppio, e si cali l' ultima parte 57, ed avremo 240357 e perchè 1800 entra 2 volte in 04035, perciò scriveremo il 2 nella radice, e 'l 2 nel suo doppio. Questo doppio 18002 si moltiplichi per 2, il prodotto si sottragga, e ci rimane l' avanzo 4353, di cui al solito si componga la frazione, ed avremo così la prossima radice del numero proposto. La prova di questa operazione è la medesima della già descritta.

2. *Estrarre da un rotto la radice quadrata.* Se il numeratore, e 'l denominatore sieno numeri quadrati, si trovi di ciascheduno la sua radice vera, e se ne componga la frazione radicale.

$$\sqrt[2]{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

La radice quadrata di $\frac{4}{9}$ è $\frac{2}{3}$; giacchè la radice di 4 è 2, e la radice di 9 è 3.

Quando poi i numeri componenti la frazione non sieno quadrati, in questo caso si avrà la radice prossima, facendo così. Si moltiplichi il numeratore pel denominatore, e dal prodotto se n' estragga la radice o vera, se accade, o pros-

sima, e questa radice poi si divida per lo stesso denominatore, e 'l quoziente sarà la radice prossima, tralasciando l' avanzo della divisione.

$$\sqrt[2]{\frac{6}{3}} = \frac{110}{150} = \frac{58}{75}$$

$$6 \times 10 = 60 \sqrt[2]{} = 7 \frac{81}{15} \cdot 10 = \frac{116}{150} = \frac{45}{75}$$

Sia da estrarsi la radice quadrata da $\frac{10}{}$. Si moltiplichi il numeratore 6 pel denominatore 10, e 'l prodotto sarà 60, dal quale si estragga la radice prossima, che sarà $7\frac{81}{12}$. Questa radice poi si divida pel denominatore istesso 10, il quoziente $\frac{116}{150}$ o sia $\frac{52}{79}$ sarà la radice prossima della frazione proposta.

3. *Estrarre dall' intero col rotto la radice quadrata.* L' intero col rotto si converta in un solo rotto, e poi praticando la regola dianzi proposta si estragga la radice o vera, o prossima.

$$\sqrt[2]{8 \frac{2}{3}} = 24 \frac{48}{91}$$

8 quindi $26 \times = 78 \sqrt[2]{} = 8 \frac{14}{17} \; 3 = \frac{150}{50} = \frac{41}{51}$

Sia da estrarsi la radice quadrata da $8\frac{2}{3}$. Si converta in un solo rotto pel settimo problema, ed

avremo $\frac{26}{3}$. Si moltiplichi il numeratore 26 pel denominatore 3, e dal prodotto 78 si estragga la radice, che sarà 8 $\frac{34}{17}$, la quale divisa per lo stesso denominatore 3, il quoziente 2 $\frac{41}{51}$ sarà la radice prossima del proposto numero intero col fratto.

§. III.

Il Cubo

Quando si abbia un numero qualunque, e dal medesimo si voglia estrarre la radice cubica o vera, se si può, o prossima, allora tre casi generali possono accadere:

1. *Estrarre dall' intero la radice cubica.* Il numero dato si punteggi, restandone due figure vuote per volta. Indi incominciando da sinistra, si ritrovi della prima parte la sua cubica radice o vera, o prossima, e si noti a sinistra sotto il segno radicale. Di questa radice se ne formi il cubo, e poi sottratto dalla prima parte se ne noti il residuo A, questo residuo si unisce una figura dell' altra parte. Fatto questo, della radice se ne formi il quadrato, il quale si deve triplicare è 'l numero nato dividerà il numero accoppiato. Il quoziente sarà l' altra figura della radice. Di poi di tutta la radice se ne formi il cubo, e si tolga da tutte le parti divise, e si noti il residuo, al qua-

le accoppiando un altra figura dell' altra parte, si riserba per la divisione. Della radice intera se ne formi il quadrato, e poi si triplichi. Questo numero dividerà l' altra parte formata dal residuo unito coll' altra figura. Il quoziente sarà l' altra figura della radice. Finalmente la radice intera si cubi, e si sottragga da tutto il numero dato, e se vi è residuo, si noti per farne quell' uso, che esporremo nell' altro esempio, ed avremo così la radice cubica di qualsivoglia numero:

3 √ 2.5	1.390625 8
12	33
	1.390 10648
1452	7426

Sia da estrarsi la radice cubica dal numero proposto. Si divida il numero in tre parti, punteggiando il 5, indi il 0, e poi l' 1. Della prima parte 11 si ritrovi la sua radice cubica prossima 2, la quale si noti sotto del segno radicale. Di questa radice 2 se ne formi il cubo 8, il quale sottratto da 11, resta 3 per residuo, al quale si unisca una figura 3 dell' altra parte, ed avremo 33. Della radice 2 se ne formi il quadrato 4, il quale triplicato fa 12 divisore di 33, e poichè ci entra 2 volte, il quoziente 2 è la seconda fi-

gura della radice. La radice 22 si cubi, e 'l suo cubo 10648 si sottragga dalla prima e seconda parte già divise, e si noti il residuo 742, al quale si unisca una figura 6 dell' ultima parte, ed avremo 7426. Della radice 22 se ne formi il quadrato, e poi si triplichi, e si avrà 1452 divisore di 7436, e dividendole 5 volte, il quoziente 5 sarà l' ultima figura della radice 225. Questa radice si cubi, e si sottragga da tutto il numero dato, e poichè non ci resta residuo, perciò il numero 225 sarà la radice cubica vera del numero proposto.

La prova di questa operazione è, che cubando la radice ritrovata deve essere uguale al numero dato.

Il proposto esempio è stato per un numero effettivamente cubo, per cui si è ritrovata la vera radice; ma se si dia un numero, che non fosse cubo, in questo caso ritroveremo la radice prossima, che sarà l' intero colla frazione, e veggiamo ciò avverarsi, ogni qual volta nell' ultima divisione ci rimane l' avanzo. Accadendo questo caso, l' operazione è la stessa della poco fa esposta, ad eccezione della frazione, la quale si regola nel modo seguente. L' ultimo residuo sarà il numeratore della frazione, e 'l denominatore poi va regolato così. Si cubi la radice, ed indi si cubi il numero prossimamente maggiore si sottraggano questi cubi, e 'l residuo diminuito di una sola

unità, sarà il denominatore, come è chiaro da ciocchè siegue.

$$\sqrt[3]{}\; 6\frac{42}{126} \qquad \begin{array}{r} 258 \\ 216 \\ \hline 42 \end{array}$$

Sia da estrarsi la radice cubica prossima dal numero 258. Poichè la radice prossima è 6, così si noti il 6 nel segno radicale. Si cubi la radice 6, e 'l cubo 216 si sottragga da 258, e ci resta l' avanzo 42. Questo avanzo sarà il numeratore, e il denominatore poi si trova così. Essendo la radice 6, il suo cubo sarà 216. Il numero prossimamente maggiore della radice essendo 7, il suo cubo sarà 343. Questi due cubi si sottraggano, ed avremo la differenza 127, la quale si diminuisca di una sola unità, ed avremo 126, e questo sarà il denominatore della frazione, ed avremo così $6 + \frac{42}{126}$ per radice cubica prossima del numero proposto. La prova di questa operazione è la medesima delle di già praticate.

2. *Estrarre da un rotto la radice cubica.* Quando i numeri componenti la frazione sieno cubi, si estrae da entrambi la radice cubica, e se ne compone la frazione radicale.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

La radice cubica vera di $\frac{8}{27}$ è $\frac{2}{3}$; giacchè la radice di 8 è 2, e la radice di 27 è 3.

Quando poi i numeri componenti la frazione non sieno cubi, allora si avrà la radice cubica prossima facendo così. Si faccia il quadrato del denominatore, il quale poi si moltiplichi pel numeratore, e dal prodotto si estragga la radice cubica o vera, o prossima, la quale poi si divida pel semplice denominatore, e 'l quoziente sarà la radice prossima richiesta.

$$\sqrt[3]{\frac{5}{6}} = \frac{108}{102}$$

$$6 \times 6 = 36 \times 5 = 180 \sqrt[3]{\ } = 5 \frac{55}{66}, 6 = \frac{505}{540} = \frac{128}{108}$$

Sia da estrarsi la radice cubica prossima della frazione $\frac{5}{6}$. Si faccia il quadrato del denominatore 6, che sarà 36. Questo si moltiplichi pel numeratore 5, e dal prodotto 180 si estragga la radice cubica 5 $\frac{55}{20}$. Questo si divida pel semplice denominatore 6, e 'l prodotto di questa divisione, o sia il quoziente $\frac{505}{540} = \frac{103}{198}$ sarà la radice cubica prossima della proposta frazione.

3. *Estrarre dall' intero col rotto la radice cubica.* L'intero col rotto si converta in un solo rotto, e poi seguendo le pratiche dianzi esposte, si estragga la radice o vera, o prossima.

$$10\,\frac{3}{4} = \frac{43}{4}\ \sqrt[3]{\ } = 2\,\frac{11}{54}$$

$$4 \times 4 = 16 \times 43 = 688\ \sqrt[3]{\ } = 8\,\frac{176}{110}\ 4 = \frac{3904}{864} = 2\,\frac{11}{54}.$$

Sia da estrarsi la radice prossima cubica da ro $\frac{3}{4}$. Questo intero, e fratto si riduca pel settimo problema ad un solo fratto, ed avremo $\frac{43}{4}$, dal quale si deve estrarre la radice cubica prossima. Del denominatore 4 se ne formi il quadrato 16, il quale si moltiplichi pel numeratore 43, ed avremo il prodotto 688. Da questo numero si estragga la radice cubica prossima, che sarà 8 $\frac{176}{216}$. Questa radice si divida pel semplice denominatore 4, e 'l quoziente $\frac{3904}{864}$, o sia 2 $\frac{11}{54}$ sarà la radice cubica prossima dell' intero e fratto proposto.

IL FINE.

INDICE

A S. E. REVERENDISSIMA

Monsignor Rosini Presidente della P. I.

Ecc. Rev.

Nunzio Pasca pubblico stampatore desidera di ristampare l' Aritmetica del fu D. Giuseppe Rosati. Prega perciò V. E. Reverend. a benignarsi di commetterne la revisione, e l' avrà ec.

Presidenza della Giunta per la P. I.

A dì 12 Agosto 1823 -- Il Regio Revisore Signor D. Lorenzo Giustiniani avrà la compiacenza di rivedere la soprascritta Aritmetica, e di osservare se vi sia cosa contro la Religione, ed i dritti della Sovranità.

Il Deputato per la revisione de' libri

Can. Francesco Rossi

A S. E. REVERENDISSIMA

Monsignor Rosini Presidente della Regia Università, e della Giunta di P. I.

Ho letto l' Aritmetica del fu Giuseppe Rosati, e non avendovi ritrovata cosa [illegible], e contro la nostra Sacrosanta Religione, e contro i sacri dritti del Re, se ne potrà permettere la riproduzione. Napoli 19 Agosto 1823.

Il Regio Revisore
Lorenzo Giustiniani

PRESIDENZA DELLA GIUNTA PER LA PUBBLICA ISTRUZIONE

Vista la dimanda dello stampatore Nunzio Pasca, con la quale chiede di dare alle stampe nuovamente l' Aritmetica del fu Giuseppe Rosati;

Veduto il favorevole parere del Regio Revisore D. Lorenzo Giustiniani;

Si permette, che l' indicata Aritmetica si ristampi; però non si pubblichi senza un secondo permesso, che non si darà se prima lo stesso Regio Revisore non avrà attestato di aver riconosciuta nel confronto uniforme la impressione all' originale approvato.

Il Consultore di Stato Presidente
Rossi

Il Consultore di Stato Segretario Generale, e Membro della Giunta
Loreto Apruzzese